تحریر کتاب ابلونیوس و بطلمیوس

در علم مخروطات

بسم الله الرحمن الرحيم

ان موضع علم ما يقع في المخروطات من القطوع وما تعرض فيها من الاشكال والخطوط
في اعلى المراتب من علم الهندسة وكانت القدماء تسمي اشكال قطوع المخروط الاشكال
العجيبة ولم يزل القدماء من طلاب علم الهندسة يعنون بوجود هذا العلم ويجتهدون
في طلبه ويقيدون ما ادركوا منه اولا اولا في الكتب الى ان انتهى الامر في ذلك الى
ابلونيوس فان هذا الرجل كان من اهل الاسكندرية وكان معنيا بهذا العلم وكان
رجلا متبرزا في علم الهندسة مستعليا فيه فعمل في ذلك كتابا في ثماني مقالات جمع
فيها ما تقدمه فيه من كان قبله من هذا العلم واضاف الى ذلك ما تولى هو استخراجه
ثم ان هذا الكتاب فسد وكثر الخطأ فيه على طول الايام بتداول الناس انتساخ
بعضهم من بعض وكان الفساد سببان احدهما السبب العام لجميع ما يتداوله
الايدي بالنسخ من الكتب من تقصير من ينسخ في تصحيح نسخه والمعارضة به ومن اخلاق
الكتب ودروس ما فيها من قبل ان تجدد نسخها والسبب الاخر سبب يخص
هذا الكتاب وما جرى مجراه من الكتب دون غيرها وذلك لان هذا الكتاب
كتاب غامض صعب فهمه ولا يقوى عليه الا القليل من الناس وسهولة فهم
الكتاب معين على تصحيحه فاجتمع الى ذلك انه مع هذا كتاب طويل في تكلف
نسخ مثله وتصحيحه مشقة فبهذه الاسباب التي وصفنا عرض لهذا الكتاب

الفساد

الفساد بعد ابلونيوس الى ان نشأ بعسقلان رجل من المهندسين يقال له
اوطوقيوس وكان متبرزا في علم الهندسة وله كتب وضعها يدل على قوته
فجمع هذا الرجل لهذا الكتاب عندما وقف عليه من غلبة الفساد عليه
ما امكنه من نسخه الموجود في زمانه فتهيأ له بما جمع من النسخ وبقوته في علم الهندسة
ان اصلح من هذا الكتاب الاربع المقالات الاول الا انه سلك في ذلك سبيل
من لم يلتمس ان يحكي ما اصلح على ما وضعه ابلونيوس سواء بل جمع وفصل واستعمل
الفكر فيما لم يمكنه تصحيحه على حكاية قول ابلونيوس فيه بعينه حتى استنبط البرهان
فيه فاقتصر الناظرون في علم المخروطات بعد اوطوقيوس على قراءة الاربع
المقالات التي صححها فقط على ان فيما قاله جالينوس في ذمه من ذم من مهندسي
زمانه في كتاب الماء والهواء والمساكن ما دل على قلة من سمت به نفسه الى النظر
في علم المخروطات من المهندسين في ذلك الزمان فضلا عمن كان بعد اوطوقيوس
فاما اهل زماننا فان القليل من مهندسيهم من قوى على فهم كتاب اوقليدس
في الهندسة فضلا عما وراء ذلك ولقد صار قوم منهم بقلة الفهم الى العجز عن
فهم صدر كتاب اوقليدس فضلا عما بعده فابدلوا مكان قول اوقليدس هناك
قولا في غاية من الجهل والبعد من الصواب وصار قوم منهم الى ان وضعوا اشكالا
هندسية برهنوا بها عند انفسهم براهين تخالف ما برهنه اوقليدس حتى
زعم بعضهم فيما برهن ان مخروط الاسطوانة نصفها وبعض من وصفنا من هذه
الطبقات عرف خطاه بعد ان وقع فيه تنبه فرجع عنه ومضى بعضهم على خطائه
واقام عليه وكتبهم موجودة في زماننا ولذلك تركنا حكاية خطائهم وقد كان
وقع الينا سبع مقالات من الثماني المقالات التي وضعها ابلونيوس في
المخروطات على ما وضعها عليه فرمنا ترجمتها وفهمها فتعذر الامر علينا
في ذلك لغلبة الخطأ الذي كان عرض في هذا الكتاب بالاسباب التي وصفنا
فلبثنا بذلك مدة وتهيأ للحسن بن موسى بقوته في علم الهندسة واستعلائه

فيه النظر في علم قطع الاسطوانة اذا قطعت بسطح على غير موازاة لقاعدتيها وكان
الخط المحيط بالقطع خطا تاما الاحاطة واستنبط علمه وعلم الاعراض الاول
التي يعرض فيه من الاقطار والسهام والاوتار واستنبط علم مساحته وقد رأى
ان يجعل ذلك توطئة لعلم قطوع المخروطات والنظر فيها لانه راى ان ذلك اسهل
عليه في النظر واشبه بالمسلك على الترتيب في هذا العلم ثم نظر في علم قطع
الاسطوانة اذا كان الخط المحيط به خطا تام الاحاطة فوجد شكل قطع الاسطوانة
الذي استنبط علمه هو شكل قطع مخروط الاسطوانة واستنبط البرهان
على ان لكل قطع تقع في اسطوانة على التسهيل التي وصفنا مخروطا اسطوانيا
ما يقع فيه مثل ذلك القطع وان لكل قطع مخروط اسطوانة على هذه السبيل
اسطوانة ما يقبل مثل ذلك القطع فوضع الحسن عند ذلك مقالة فيما استنبط
من هذا العلم وتوفي رحمة الله عليه ثم تهيأ لاحمد بن موسى الشخوص الى الشام
والى البريد بها فعنى بطلب نسخ لهذا الكتاب رجاء ان يجتمع له منها ما يمكنه
ان يصححه به فتعذر ذلك عليه ووقعت اليه الاربع المقالات التي كانت
اوطوقيوس اصلحها من كتاب ابلونيوس بنسخة واحدة لم يكن قد عرض فيها
ايضا الخطأ بعد اوطوقيوس للاسباب التي وصفناها فلما وقعت
الى احمد هذه النسخة اخذ في تفسير الكتاب وقصد الى الاربع المقالات
الاول التي اصلحها اوطوقيوس لانه وجد خطأها اقل من الخطأ في بعض
كتاب ابلونيوس فعانى في فهمها مشقة وصعوبة الى ان فرغ منها وتهيأ
انصرافه من الشام الى العراق فلما صار اليها عاد الى تفسير بقية السبع
المقالات التي وقعت الينا من نص كتاب ابلونيوس فقد وصفنا الحال
التي كان قد صار اليها في هذا الكتاب من الفساد بكثرة الخطأ لان
احمد فقد كان صارت له بفهمه الاربع المقالات التي اصلحها او
طوقيوس قوة على فهم ما بقي من الكتاب ودوبر فيه وفهم المسائل

ابلونيوس

ابلونيوس لكن سلكها والاصول التي وضعها ما يمكنه بذلك فهم الثلث المقالات
الباقية من السبع المقالات حتى استوعبها واحدث في الكتاب شيئا عظيم
المنفعة في تسهيل فهمه على من اراد قراءته لم يكن فعله ابلونيوس فيما وضع
ولا اوطوقيوس فيما اصلح وهو انه نظر الى كل مقدمة يحتاج اليها في برهان
شكل من الاشكال لم يذكرها في موضع الحاجة اليها ووصف موضعها من
الكتاب وكان المتولي لترجمة الاربع المقالات الاول بين يدي احمد بن موسى
هلال بن ابي هلال الحمصي والمتولي لترجمة الثلث المقالات الباقية ثابت
بن قرة الحراني المهندس ونحن مبتدئون بعد هذا باشكال الهندسية التي
انه يحتاج اليها في تسهيل فهم هذا الكتاب ثم متبعوا ذلك بالصدر الذي
صدر به ابلونيوس كتابه ثم بالاول فالاول من هذه السبع المقالات تهيأ لنا
ترجمتها وشرحها وقد ذكرنا ان الاربع الاول خرجت على ما اصلحها عليه اوطوقيوس
والثلاثة الباقية على ما وضعها عليه ابلونيوس **الاشكال التي يحتاج**
اليها في تسهيل فهم هذا الكتاب ا كل ثلثة اقدار فان نسبة مربع الاول ١
الى ما يجتمع من ضرب القدرين الباقيين احدهما في الاخر كنسبة القدر المضروب
في نفسه الى احد القدرين الباقيين مثناة بنسبته الى القدر الاخر فليكن الاقدار
الثلاثة ا ب ج فاقول ان نسبة مربع ا الى سطح ب في ج
كنسبة ا الى ج برهان ذلك ان نسبة مربع ا الى

مثناة بنسبته الى ب



سطح ب في ج هي المؤلفة من نسبتي اضلاعهما
وضلعا مربع ا كل واحد منهما مثل ا وضلعا
سطح ب في ج هما ب ج فنسبة مربع ا الى سطح ب في
~~ج هما ب ج فنسبة مربع ا الى سطح ب~~ في ج مؤلفة من نسبة ا الى ب ومن نسبة ا الى ج
وكذلك ايضا نبين انه ان كانت الاقدار اربعة مثل ا ب ج د فان نسبة سطح ا
في ب الى سطح ج في د مؤلفة من نسبة ا الى ج ومن نسبة ب الى د وذلك ان نسبة

سطح ا ف ب الى سطح ح ف ه هى التى الفت من نسبة اضلاعهما وضلعا سطح ا ف ب
هما ا و ب وضلعا سطح ح ف ه هما ح و ه فنسبة سطح ا ف ب الى سطح ح ف ه مؤلفة من
ب نسبة ا الى ح ومن نسبة ب الى ه وذلك ما اردنا ان نبين ب اذا كانت
دائرة ا ب معلومة وكان قطرها ا ب وكان خط ح د يلقى خط ا ب على نقطة معلومة
وهى ح وكانت زاوية ب ح د معلومة وكانت نسبة ح الى ط معلومة واردنا ان
نخرج فى دائرة ا ب خطا موازيا لخط ح د كخط ه ر ويكون نسبة سطح ا ه فى ه ب الى
مربع ه ر كنسبة ح الى ط وانا نعلم على خط ح د نقطة د ونخرج منها عمودا على ا ب
عليه د م ننفذه الى و ونجعل م و مثل ح ا ونجعل نسبة م د الى م ل كنسبة ط
الى ح ونصل خط
م ل ونقسم زاوية
م ل د بنصفين بخط
م ن ونجعل زاوية
ب ا د مثل زاوية
ن م د ونخرج من نقطة
خطا موازيا لخط ح د
عليه ه ر فاقول ان نسبة سطح ا ر فى ر ب الى مربع ه ر كنسبة ح الى ط برهان
ذلك انا ننفذ خط ه ر الى ح ونصل خط ب ح ونخرج من نقطة د عمودا على ا ب عليه
د ر وننفذه الى ح فزاوية ر د ب مثل زاوية ه د ب وزاويتا د ر ب د ر م قائمتان
فمثلثا ر د ب د ر م متشابهان ونسبة ر د الى د ب كنسبة د ر الى ح و ر د
ضعف ب ح و د ر ضعف ر ل فنسبة د ر الى د ل كنسبة ه ر الى ح ح و
ايضا فان زاوية ب ح د مثل زاوية ب ا د وزاوية ب ا د مثل زاوية ح م د
فزاوية ب ح د مثل زاوية م د وزاوية ب ح د ضعف زاوية د ح ع لان
قوس ب ع مثل قوس ب د وزاوية م د ضعف زاوية م ل فزاوية

م ل مثل زاوية د ح ع وزاوية ل د م مثل زاوية ح د ع فمثلث ع د ح
شبيه بمثلث ل د م فنسبة د ع الى د ح كنسبة د ل الى د م وقد كانت
نسبة ه د الى ح ح كنسبة ه د الى د ل فنسبة ه د الى د م كنسبة ه د الى ح م
ولذلك يكون نسبة ه د الى ح ح كنسبة م د الى ه وقد كانت نسبة م د الى
د ه كنسبة ح الى ط فنسبة م د الى ه د كنسبة ح الى ط ونسبة م د الى ه د كنسبة
سطح م د فى د ه الى مربع ه د وسطح م د فى د ه مساو لسطح ا ه فى ه ب ونسبة سطح
ا ه فى ه ب الى مربع ه د كنسبة ح الى ط وذلك ما اردنا ان نبين ج اذا كانت ج
دائرة ا ب معلومة وكان قطرها ا ب وكان خط ح د يلقى خط على نقطة معلومة
وهى نقطة د وكانت زاوية ب ح د معلومة وكانت نسبة ح الى ط معلومة واردنا
ان نخرج خط ه ر موازيا لخط ح د حتى يكون نسبة ه ب فى ه ا الى مربع ه ر كنسبة
ح الى ط فانا نعلم على خط ح د نقطة د ونخرج منها عمودا على ا ب عليه د م
وننفذه الى ل ونجعل د م مثل ه ل ونجعل نسبة م د الى م ل كنسبة ح الى ط
ونصل خط ل م ونقسم زاوية م ل د بنصفين بخط ل ن ونجعل زاوية ب ا ر مثل
زاوية ن ل د ونخرج من
نقطة ر خطا موازيا لخط ح د
عليه ر د فاقول ان
نسبة سطح ه ر فى ر ا الى
مربع ر د كنسبة ح الى ط
برهان ذلك انا نخرج
من نقطة ر عمود على ا ب
عليه ر د وننفذه الى ع ونصل خطى ب ع فزاوية ر د ه مساوية لزاوية
ه د ح وزاويتا ه د ر ه د ا قائمتان فمثلث ه د ر شبيه بمثلث
ه د ح فنسبة ه د الى د ر كنسبة ه د الى د ع وضعف ر د و ه ل

ضعف حد فنسبة دل الى مح كنسبة بح الى بد وايضا فان زاوية بدا مثل
زاوية بدد ومثل زاوية حدد فزاوية بدد مثل زاوية حدد وزاوية ب
دد نصف زاوية حدد وزاوية دحد نصف زاوية حمل فزاوية حمل
مثل زاوية حدد وزاوية دح مثل زاوية مدل فمثلث لمد شبيه بمثلث بدد
ونسبة د الى ح كنسبة م الى دل وقد كنا بينا ان نسبة دل الى دد
كنسبة ح الى ه فهي نسبة المساوات يكون نسبة م الى ه كنسبة د الى
ده فاذا فصلنا كانت نسبة د الى د كنسبة ده الى م ولكن نسبة د الى
دم كنسبة ح الى ط فنسبة د الى ه كنسبة ح الى ط ونسبة د الى ه
كنسبة سطح ده في د الى مربع د وسطح د في د مثل سطح د في ا فنسبة
سطح د في ا الى مربع د كنسبة ح الى ط وذلك ما اردنا ان نبين ى اذا د
كانت دائرة اد معلومة ووتر معلوما ايضا وكانت نسبة ده الى د معلو
وكانت اد اعظم من نصف دائرة واردنا ان نخرج عمودا على ا من نقطة ما
من الخط المحيط بالدائرة كعمود طح ويكون نسبة سطح ح في اح الى مربع طح كنسبة
ده الى د فانا نقسم خطي دا بنصفين على نقطتي حل ونخرج من نقطة ل خطا
الى المركز وهو خط لم وليكن المركز م ونجعل نسبة د الى ل كنسبة ده الى
ده ونخرج من نقطة د خطا موازيا لخط اد عليه دط ونخرج من ط عمودا الى
اد عليه طح فاقول ان نسبة سطح ح في اح الى مربع طح كنسبة ده الى د برهان
ذلك انا ننفذ حط الى ب ونخرج من نقطة م عمودا على دط عليه مر فخط مر مواز
لخط اد وهو يقسم بط بنصفين ويكون نسبة ح الى طح كنسبة مل الى لد
ونسبة مل الى لد كنسبة حه الى ده فنسبة ح الى طح كنسبة حه الى د و
اذا عملنا صارت نسبة حد الى ه كنسبة ط الى طح وليكن رط نصف
بط وحد نصف ده فنسبة رط الى طح كنسبة ده الى ه واذا ركبنا صارت
نسبة ده الى د كنسبة ب الى طح ونسبة بح الى طح كنسبة سطح بح في حط

الذي هو مثل سطح ح في اح الى مربع طح فنسبة سطح ح في اح الى مربع طح
مثل نسبة ده الى د ومن هذا الطريق يتبين ذلك اذا كان طح مماسا
للدائرة وذلك ما اردنا ان نبين يه اذا كان مثلثا ابح دهر متشابهين ه
وكانت نسبة سطح بح في
بد الى مربع اب كنسبة سطح
طه في هر الى مربع ده فان
مثلثي ابح دهط متشابهان برهان
ذلك ان نسبة سطح بح في بد
الى مربع اب مؤلفة من نسبة
بح الى اب ومن نسبة دب الى
اب فنسبة سطح طه في هر الى مربع ده مؤلفة من نسبة بح الى اب ومن نسبة
بد الى اب ونسبة سطح طه في هر الى مربع ده مؤلفة من نسبة طه الى ده
ومن نسبة هر الى ده فالنسبة
المؤلفة من نسبة بح الى اب ومن
بد الى اب هي مثل النسبة المؤلفة
من نسبة طه الى ده ومن نسبة هر الى
ولكن نسبة بد الى اب هي مثل
نسبة هر الى ده فنسبة بح الى اب
كنسبة طه الى ده وزاوية اب مثل
زاوية ده ط فمثلث ابح شبيه بمثلث طده وذلك ما اردنا ان نبين يو و
اذا كانت دائرتان عليهما ابح ده ر وعلى قطريهما اح در واخرج في الدائرتين خطا
بح هط فلقيا القطرين على نقطتي رط وصارت زاويتا برا هطد متساويتين
وكانت نسبة ار الى رح كنسبة دط الى طر ووصلت خطوط اب بح ده هر

فان زاويتي ب ا ه د متساويتان وزاويتا ب ه ا ه د ايضا متساويتان
برهان ذلك انا نخرج من نقطة ب عمودًا على ا عليه ب ك ومن نقطة ه
عمودًا على ك وعليه ه م وننفذ خطي ك ه الى نقطتي د ر فزاويتا ب ك قد كانتا
متساويتين لزاويتي ه ط م وزاويتا ك د ط م قائمتان فمثلثا ك ه ط م متشابهان
وخط ه ر مثل خط ه ا ولنسبة ب ر الى ب ك كنسبة ه ط الى ه م وخط ب د مثل خط ب ا فنسبة

ب ه الى ب د كنسبة ه ط الى ه ر ولنسبة د ب الى ب د كنسبة ح ه الى ح ط
لان نسبة د ر الى ب قد كانت كنسبة ح ط الى ط ه فهي نسبة المساواة
تكون نسبة د ب الى د كنسبة ح ه الى ب د وزاوية ب د مثل زاوية ح ه ر
لان مثلثي ب د ك ه ط م متشابهان فمثلثا د ب ح ه ر متشابهان وزاوية
ب د ر مثل زاوية ح ه ر وقوس ب د يشبه قوس ح ه ر ونصف قوس ب ا د
الذي هو قوس ا ب نسبة نصف قوس ح ه ر الذي هو ه ر فزاوية ا ب
مثل زاوية ه ر وتبقى زاوية ب ا د مثل زاوية ه ر د لان زاويتي ا د
ب ه د قائمتان وذلك ما اردنا ان نبين ز اذا كان مثلثا ا ب ه ه ر ز
متشابهين واخرج من نقطتي ا د خطان الى ب ه د عليهما ا ب ح فكانت
زاويتا ا ب د ه متساويتين فان نسبة سطح ب د في ه د الى مربع ا ب كنسبة سطح

ف

ه ح في د الى مربع ه ح برهان ذلك ان مثلث ا ب ه يشبه ه ح فزاوية ا ب ه
مساوية لزاوية ه د فزاوية ا د مساوية لزاوية د ه ح وقد كانت زاوية
ا ب مثل زاوية د ه ه وتبقى زاوية ب ا د مثل زاوية ه ه ح فمثلث ا ب
يشبه مثلث ه ح ولنسبة د ب الى ا د كنسبة ه د الى ه ح ولنسبة د ه الى
ا د كنسبة ه ه الى ح ح
لان مثلثي ا د ه ح د
متشابهان فالنسبة
المؤلفة من نسبة د ب الى
ا د ومن نسبة د ه الى
ا د كالنسبة المؤلفة من
نسبة ه ه الى ه ح ومن نسبة ه د الى ه ح فاما النسبة المؤلفة من نسبة
د ب الى ا د ومن نسبة د ه الى ا د فهي كنسبة سطح د ب في د ه الى مربع ا د
واما النسبة المؤلفة من نسبة ه ه الى ه ح ومن نسبة ه د الى ه ح فهي كنسبة
سطح ه ه في ه د الى مربع ه ح فنسبة سطح د ب في د ه الى مربع ا د كنسبة
ح سطح ه ه في ه د الى مربع ه ح وذلك ما اردنا ان نبين ح اذا كان
مثلثان عليهما ا ب ه
ه د واخرج من نقطتي ا ه
خطا ا ح فلقيا خطي
ب ه د على نقطتي ب ح وكانت
نسبة سطح ه د في ب ك الى
مربع ا ه كنسبة سطح ه ح في ه ه الى مربع ه ح وكانت زاويتا ا ب ه د ه
متساويتين وكانت ايضا زاويتا ا ه د متساويتين فان مثلثي
ا ب ه ه د متشابهان برهان ذلك انا نجعل نقطتي ب ح خارجة عن المثلث

فزاوية د ا ب مثل زاوية ح د ه فان لم يكن ذلك كذلك فليكن زاوية
د ا ب مثل زاوية ح د ط وليكن زاوية ط د ح مثل كل واحدة من زاويتي
ب ا ه ه د ح فان كانت زاويتا د ط ح من مثلث د ط ح مساويتين لزاويتي
د ا ب ا د ب من مثلث د ب ا فان زاوية د ط ح الباقية يكون مثل زاوية
د ب ا الباقية ويكون زاوية ا ب ه مثل زاوية د ط ه وكانت ط ه د مثل
زاوية ب ا ه فيبقى زاوية د ه ط من مثلث ط ه د مثل زاوية ا ه ب من مثلث
ب ه ا فمثلثا ط ه د ا ه ب متشابهان وزاوية ا ب ه مثل زاوية د ط ه فنسبة
سطح ح ح في د ط الى مربع ح ح كنسبة سطح ب ه في د ب الى مربع ا ه وقد كانت
نسبة سطح ب ه في ب د الى مربع ا ه كنسبة سطح ه ح في ح د الى مربع ح ح فنسبة
سطح ح ح في ح ط الى مربع ح ح كنسبة سطح ه ح في ح ه الى مربع ح ح هذا خلف
لان سطح ه ح في ح ه غير مساوية لسطح ح ح في ح ط فزاوية د ا ب مثل زاوية ح د ه
فيبقى زاوية ا ب د مثل زاوية ه ح د ويكون زاوية ا ب د مثل زاوية ه د ح وقد
كانت زاوية ب ا د مثل زاوية ه د ح فيبقى زاوية ا د ب مثل زاوية ح ه د
فمثلثا ا ب د ه ح د متشابهان وذلك ما اردنا ان نبين صدر كتاب
ابلونيوس قال ابلونيوس ان بوقراطس المهندس كان سالني في الوقت
الذي كان فيه قبلنا بالاسكندرية ان اعمل كتابا في المخروطات فاستعجلت
بالمسائل وجعلت الكتاب ثماني مقالات وكان بوقراطس المهندس اعجلني
في هذه المقالات لمبادرته كانت الى الخروج فلم يتهيا لي ان اهذبها
بل وضعتها على حسب ما امكن من ذلك مع العجلة وعملت على الرجوع فيها
وتهذيبها واذ قد امكن الوقت لما اريد من اصلاحها فاني فاعل ذلك و
مهذبها اولا اولا ومنفذها للملتمسين لعلمها وقد كانت المقالتان
الاوليان من كتابنا هذا صارتا الى بعض خلطائنا قبل اصلاحي هذا الكتاب
فمن وقعت عليه هاتان المقالتان على تلك الحال فلا ينكرن ذلك والاربع

المقالات

الاول من كتابنا هذا هي كالمدخل والاصول وفي المقالة الاولى من هذه
الاربع علم حدوث الثلاثة القطوع وحدوث القطوع المتقابلة وما
يعرض في جميع ذلك اعني هذه القطوع من الاعراض الاول وقولنا في ذلك
اتم واجمع مما قاله غيرنا وفي المقالة الثانية علم ما يعرض في اقطار القطوع
وسهامها والخطوط التي لا تقع على القطوع وغير ذلك مما ينتفع به منفعة
عامية اضطرارية في تحديد القطوع وستعلم من هذه المقالة اي شيء نسميه
اقطارا واي شيء نسميه سهاما وفي المقالة الثالثة علم اشكال كثيرة عجيبة
نافعة في تركيب اشكال وتفصيلها واكثرها مستغرب لما عرفناها علمنا
ان اقليدس لم يات بتمام ما يحتاج اليه في تركيب ثلاثة خطوط واربعة
ولكن بجزو منه لان تركيب ذلك لا يمكن بغير الاشياء التي استنبطناها و
اما المقالة الرابعة فانا بينا فيها على كم جهة يلقى قطوع المخروطات بعضها
ويلقى الخط المحيط بالدائرة والقوس من الدائرة واشياء اخر سوى ذلك ولم
يبين احد قبلنا على كم نقطة يلتقي قطع المخروط وقوس الدائرة واما الاربع
المقالات الباقية فانها اشد اتساعا واغزر وفي الاولى منها علم اصغر
الخطوط التي تقع في القطوع واطولها وفي الثانية منها علم قطوع المخروطات
المتساوية والمتشابهة وفي الثالثة منها علم اشكال على قسمة وفي الرابعة
منها مسائل تقع في المخروطات اذا وصل فيما بين نقطة ما وبين خط محيط
بدائرة بخط مستقيم ولم يكن الدائرة والنقطة في سطح واحد واخرج الخط
المستقيم في الجهتين واثبتت النقطة حتى لا تزول وادير الخط المستقيم على
الخط المحيط بالدائرة حتى يرجع الى الموضع الذي منه بدا فاني اسمي كل واحد
من السطحين اللذين يرسمهما الخط المدار ويمره وكل واحد منهما مقابل لصاحبه
وقابل للزيادة بلا نهاية اذ كان خروج الخط المستقيم بلا نهاية سطحا مخروطيا
واسمي النقطة الثابتة راسا لكل واحد من السطحين المخروطيين واسمي الخط

السطح

المستقيم الذي يمر بهذه النقطة ويمر بمركز الدائرة سهم المخروط واسمي الشكل
الذي يحيط به الدائرة وما بين نقطة الراس وبين الدائرة من السطح المخروط
مخروطا واسمي النقطة التي هي راس السطح المخروط راسا للمخروط ايضا واسمي
الخط المستقيم الذي يخرج من راس المخروط الى مركز الدائرة سهم المخروط
واسمي الدائرة قاعدة المخروط واسمي المخروط قائم الزوايا اذا كان سهمه
قائما على قاعدته على زوايا قائمة واسميه مائلا اذا لم يكن سهمه قائما
على قاعدته على زوايا قائمة وكل خط منحني يكون في سطح واحد مستو يخرج
من نقطة منه في سطحه خط ما مستقيم يقطع كل الخطوط التي يخرج في الخط
المنحني وينتهي اطرافها اليه ويكون موازية لخط ما موضوع بنصفين بنصفين
فاني اسمي ذلك المستقيم قطرا لذلك الخط المنحني واسمي طرف ذلك الخط
المستقيم الذي عند الخط المنحني راسا للخط المنحني واسمي الخطوط المتوازية
التي وصفنا خطوط الترتيب لذلك القطر وكذلك ايضا اذا كان خطان
منحنيان في سطح واحد فاني اسمي ما كان واقعا فيما بين الخطين المنحنيين
من الخط المستقيم الذي يقطع جميع الخطوط المستقيمة الخارجة في كل واحد
من الخطين المنحنيين الموازية لخط ما بنصفين بنصفين قطرا مجانبا واسمي
طرفي القطر المجانب اللذين على الخطين المنحنيين راسين للخطين المنحنيين
واسمي الخط المستقيم الذي يقع بين الخطين المنحنيين ويقوم على القطر
المجانب ويقطع جميع الخطوط المستقيمة الموازية للقطر المجانب اذا اخرجت
فيما بين الخطين المنحنيين حتى ينتهي اطرافها الى الخطين المنحنيين بنصفين
بنصفين قطرا قائما واسمي هذه الخطوط المتوازية خطوط الترتيب لذلك
القطر القائم واذا كان خطان مستقيمان وكانا قطرين لخط منحني او الخطين
المنحنيين وكان كل واحد منهما قاطعا للخطوط الموازية للاخر بنصفين بنصفين
فاني اسميهما قطرين مزدوجين واسمي الخط المستقيم اذا كان قطرا للخط المنحني

اد

او الخطين المنحنيين وكان قاطعا للخطوط المتوازية التي هي خطوط الترتيب
له على زوايا قائمة سهما للخط المنحني او الخطين المنحنيين واسمي قطرين اذا
كانا مزدوجين وكان يقطع كل واحد منهما الخطوط الموازية للاخر على زوايا
قائمة سهمين مزدوجين للخط المنحني او الخطين المنحنيين ومما ينبغي
ان يتقدم به معونة على فهم ما في هذا الكتاب اذا اتصل بمخروط بسطح مستو
لا يمر بنقطة راسه فان الفصل المشترك لسطح يحيط به خط منحني واذا اتصل
مخروط بسطحين مستويين يمر احدهما براسه ويمر بمركز القاعدة ويفصله
على مثلث والاخر لا يمر براسه بل يفصله بسطح يحيط به خط منحني وكان
احد السطحين المستويين يقوم من الاخر على زوايا قائمة فان الخط المستقيم
الذي هو الفصل المشترك للسطحين المستويين لا يخلو من احوال ثلث اما
ان يكون يقطع احد ضلعي المثلث ويوازي الضلع الاخر واما ان يكون
احد ضلعي المثلث ولا يوازي الضلع الاخر ويكون اذا اخرج هو والضلع
الاخر على استقامة التقيا في الجهة التي فيها راس المخروط واما ان
يكون يقطع احد ضلعي المثلث ولا يوازي الضلع الاخر بل يلقاه اما
في داخل المخروط واما خارجا عنه اذا اخرجا على استقامة في الجهة الاخرى
التي فيها ليس راس المخروط فان كان الخط المستقيم الذي هو الفصل المشترك
للسطحين المستويين يوازي ضلع المثلث فان السطح الذي انقطع عليه المخروط
ويحيط به خط منحني يسمى القطع المكافي وان كان لا يوازي ضلع المثلث بل
يلقاه اذا اخرجا على استقامة في الجهة التي فيها راس المخروط فان السطح الذي
انقطع عليه المخروط ويحيط به خط منحني يسمى القطع الزايد وان كان لا يوازي
ضلع المثلث بل يلقاه في الجهة الاخرى التي ليس فيها راس المخروط فان السطح
انقطع عليه المخروط ان لم يكن دائرة فهو يسمى القطع الناقص واذا كان قطعان
زايدان لهما قطر مشترك وحدبة احدهما بلى حدبة الاخر فانهما يسميان متقابلين

متقابلين وفيما بين القطعين المتقابلين نقطة جميع الخطوط التي يمر
بها هي اقطار للقطعين المتقابلين وهذه النقطة تسمى مركز القطعين
وفي داخل القطع الناقص نقطة جميع الخطوط التي تمر بها اقطار له وهذه
النقطة هي مركز القطع واذا اخرج في القطع الناقص اقطارها فما انتهى طرفاه
من تلك الاقطار الى محيط القطع ولم يجاوزه ولم يقصر عنه فليسمى الاقطار
المجانبة للقطع الناقص وما كان منها ابتداءه من نقطة من محيط القطع وطرفه
الاخر مقصر عن محيط القطع او يجاوزه فليسمى قطرا مرسلا واما القطر الذي
يسمى الثاني فانه انما يكون في القطعين المتقابلين وهو يمر بمركزهما و
وسنصفه في اخر الشكل السادس عشر من هذه المقالة الاولى وليس للقطع
المكافي الا سهم واحد واما القطع الناقص فان له سهمين في داخله و
اما الزائد فله سهم مجانب وهو الذي يقطع خطوط الترتيب على زوايا قائمة
كل ذلك داخل القطع او خارجه او بعضه داخل القطع وبعضه خارج وله
سهم اخر قائم وسنبين ذلك فيما بعد وانما يقع السهام المزدوجة في
القطوع المتقابلة وفي الناقص فقط ابتداء الاشكال ا الخطوط ا
المستقيمة التي تخرج
من راس المخروط الى
النقط التي في سطحه
حيث كانت النقطة
فهي في سطحه ايضا
ومثال ذلك ان
مخروطا راسه نقطة
ا وقد تعلمنا نقطة



على سطحه كيف ما وقعت عليها ب ووصلنا نقطة ا بنقطة ب فاقول

ان

ان خط اب على سطح المخروط فان لم يكن كذلك وامكن ان يكون في
غير سطح المخروط فانا نجعل الخط الذي يرسم سطح المخروط خط ده والدائرة
التي عليها كان مداره خط ده دائرة ور فاذا انبتت نقطة ا وفا دائرة ور و
دار خط ده على دائرة ور فانه سيقع على نقطة ب فيكون عند ذلك للخطين
مستقيمين اطرافهما واحدة وهو مفترقان وذلك ما لا يمكن فليس
خط اب في غير سطح المخروط وكذلك تبين ايضا ان الخطوط التي تخرج من نقطة ا
الى نقطة ه داخلة في المخروط فانها تكون في داخل المخروط وكذلك لو خرجت
الى نقطة خارجة من المخروط كانت تقع خارجا من المخروط وذلك ما اردنا ان
ب تبين ب كل خط مستقيم يخرج بين نقطتين في اي سطح كان من سطوح
الاشكال المخروطة ولا يكون في استقبال راس المخروط فان ذلك الخط
يقع في داخل المخروط والخط المتصل به على استقامة يقع خارجا من سطح
المخروط فليكن سطح صنوبري
راسه نقطة ا وليكن الدائرة التي
كان عليها مدار الخط الذي
رسم السطح الصنوبري دائرة
ب ج ولنعلم على السطح الصنوبري
نقطتي د ه ويكون الخط المخرج من
نقطة د اذا وصل بنقطة ه لا يقابل نقطة ا فاقول ان خط ده يقع داخل
سطح المخروط والخط المتصل به على استقامة يقع خارجا عن سطح المخروط
فلنصل خطي اد اه ونخرجهما على استقامة فيقعان على محيط الدائرة فليقعا
على نقطتي ب ج ونصل نقطة ب بنقطة ج فيكون عند ذلك خط ب ج داخلا
في المخروط ونعلم على خط ده نقطة ر كيف ما وقعت ونصل نقطة ا بنقطة ر
بخط ار ونخرجه على استقامة فيقع على خط ب ج لان مثلث اب ج في سطح واحد

فليقع على نقطة ح فلان نقطة ح داخلة فى المخروط يكون خط اح داخلاً
فى المخروط ولذلك يكون نقطة ا ايضاً فى داخل المخروط وعلى مثل ذلك
يبين ان جميع النقط التى يكون على خط ده يقع داخلاً فى المخروط فخط ده
داخل فى سطح المخروط ولنخرج خط ده على استقامة الى نقطة ط فاقول
انه يقع خارجاً من سطح المخروط فان لم يكن ذلك كذلك وامكن ان يقع
نقطة ط داخلاً فى المخروط او فى سطحه فلنصل اط ونخرجه على استقامة فيقع
على محيط الدائرة او داخلاً منها وذلك مما لا يمكن لانه يقع على خط سه افا ب

على استقامة على مثل نقطة ح خط ط د خارج عن سطح المخروط فخط ده اذاً
داخل فى المخروط والمتصل به على استقامة خارج من المخروط وذلك ما
اردنا ان نبين ج كل مخروط يقطع بسطح يجوز على راسه فان ذلك القطع
مثلث فليكن مخروط راسه نقطة ا وقاعدته دائرة بح ويقطعه بسطح يجوز
على نقطة ا ويقطع سطح المخروط على خطى اب
اح والقاعدة على خط بح فاقول ان سطح ابح
مثلث لان الخط الذى من نقطة ا الى نقطة ب
قد وقع فى السطح القاطع للمخروط وفى سطح
المخروط وصار خط اب الفصل المشترك لسطح

المخروط والسطح القاطع له فاب خط مستقيم وكذلك نبين ايضاً ان اح خط
مستقيم وخط بح خط مستقيم واب ح سطح مثلث فكل مخروط يقطع بسطح
يجوز على راس المخروط فان ذلك القطع مثلث وذلك ما اردنا ان
د نبين د كل سطح من السطوح المخروطة اذا قطع بسطح مواز للدائرة
التى كان عليها مدار الخط المحدث للشكل المخروط فان البسط الحادث
فى المخروط دائرة مركزها على سهم المخروط والشكل الذى فيما بين تلك الدائرة
وراس المخروط هو ايضاً مخروط فليكن سطح مخروط على راسه نقطة ا و
الدائرة التى يكون مدار الخط الذى يرسم سطح المخروط عليها دائرة بح
وليقطع بسطح مواز لدائرة بح ويحدث فى سطح المخروط قطع ده فاقول ان
خط ده دائرة مركزها على سهم المخروط فليكن مركز دائرة بح نقطة ر ونصل
خط ار سهم المخروط ويقع على السطح الذى يقطع المخروط فليقع عليه على
نقطة ح ونخرج سطحاً ما يجوز على خط ار فيكون فصله للمخروط مثلث عليه
ابح فلان نقطة ح فى السطح القاطع وفى سطح ابح يكون دح خطاً مستقيماً

ونعلم نقطة ط على خط ده ونصل اط ونخرجه على استقامة فيقع على محيط
دائرة بح على نقطة ح ونصل رح فلان سطحى ده بح المتوازيين يقطعهما

سطح ا د ب يكون تقاطعهما المشترك ان المتوازيين خط ط د موازٍ لخط ب ح و
كذلك ايضا يكون خط ح ط موازيا لخط ح د فنسبة د ا الى ا ح كنسبة د ب
الى ب ح وكنسبة ز ه الى ح ه وكنسبة ز ط الى ح ط وخطوط ب د ه د ط د الثلاثة
متساوية فخطوط ب ح ح ه ح ط الثلاثة ايضا متساوية وكذلك نبين ان
كل الخطوط التي تخرج من نقطة ح الى خط ا د ه الذي في سطح المخروط متساوية
فخط ه د دائرة ومركزها على سهم المخروط ونبين ان الشكل الذي يحيط به
دائرة ه د قطعة المخروط التي فيما بين هذه الدائرة ونقطة ا هو مخروط
ايضا ونبين مع ذلك ان الفصل المشترك للسطح القاطع للمخروط الذي
نبين انه دائرة والمثلث الذي يخرج على سهم المخروط هو قطر تلك الدائرة
وذلك ما اردناه ان نبين ه كل مخروط مختلف الاضلاع يقطع بسطح يجوز هـ
على سهمه ويكون قائما على قاعدته على زوايا قائمة ثم يقطع ايضا بسطح قائم
على سطح المثلث الذي يخرج على سهم المخروط على زوايا قائمة ويفصل منه
مثلثا فيما يلي راس المخروط يكون شبيها بالمثلث الذي يخرج على سهم المخروط
ولا يكون قاعدتا المثلثين متوازيين فان القطع يكون دائرة فليسم هذه
القطع المخالف الوضع ومثال ذلك ان مخروطا مختلف الاضلاع راسه
نقطة ا وقاعدته دائرة ب ه ويقطع بسطح يجوز على سهمه ويقوم على دائرة ب ه
على زوايا قائمة ويكون القطع مثلث ا ب ه وقطع ايضا بسطح قائم على سطح
مثلث ا ب ه على زوايا قائمة ويفصل منه فيما يلي
نقطة ا مثلثا عليه ح ا ح شبيها بمثلث ا ب ه ومخالفا
لوضعه اعني بذلك ان يكون زاوية ا ح ح مساوية
لزاوية ا ب ه ويحدث قطع في سطح المخروط عليه ح ط ح
واقول ان خط ح ط ه دائرة برهان ذلك انا نعلم
على خطي ح ط ح ب نقطتين عليهما ك ل ونخرج من كل

واحدة من نقطتي ك ل عمودا على سطح المثلث الذي يخرج على سهم المخروط فيقع
كل واحد منهما على الفصل المشترك للسطحين فليقعا بمنزلة ك ط ل م فخط
ك ط موازٍ لخط ل م ونخرج من نقطة ب خطا موازيا لخط ا ب عليه ب د ن وقد كان
خط ك ط موازيا لخط ل م فالسطح الذي يخرج على نقطتي ك ط ه موازيا للقاعدة
المخروط فهو اذن دائرة وقطرها خط ه د والذي يكون من ضرب خط ه ر في خط
ر د مساوٍ للذي يكون من ضرب خط ك ط في نفسه ولان خط ه د موازٍ لخط ا ب
يكون زاوية ا ه د مساوية لزاوية ا ب ه وزاوية ا ح ح قد كانت مساوية لزاوية
ا ب ه فزاوية ا ح ح مساوية لزاوية ا ه د والزوايا التي عند نقطة ر ايضا
متساوية فمثلث ر ح ح شبيه بمثلث ح ر ه فنسبة خط ه ر الى خط ر ح
كنسبة خط ح ر الى ر د فالذي يكون من ضرب خط ه ر في خط ر د مساوٍ للذي
يكون من ضرب خط ح ر في خط ر ح والذي يكون من ضرب خط ه ر في خط ر د
قد تبين انه مساوٍ لمربع ك ط فالذي يكون من ضرب خط ح ر في خط ر ح مساوٍ
لمربع ك ط وعلى هذا المثال نبين ان العمود الذي يخرج من اي موضع كان
من خط ح ط ح الى ح ح يقوى على السطح الذي يحدث من ضرب خط ح ح عند
مسقط العمود احدهما في الاخر فيكون كذلك القطع دائرة قطرها
و خط ح ح وذلك ما اردنا ان نبين و كل مخروط يقطع بسطح مستوٍ يجوز على
سهمه ثم يخرج من اي موضع كان من دائرة قاعدته عمودا على قاعدة المثلث
ونعلم نقطة على سطح ذلك المخروط على غير ضلع المثلث الحادث من السطح
المخرج على سهمه ثم يخرج من تلك النقطة خط موازٍ للخط الذي اخرج الى
قاعدة ذلك المثلث على زوايا قائمة فان الخط المخرج من تلك النقطة يقع
على سطح المثلث فاذا اخرج الى الناحية الاخرى حتى يقع على سطح المخروط
قسمه سطح المثلث بنصفين ومثال ذلك ان مخروطا راسه نقطة ا
وقاعدته دائرة ب ح وقد قطع بسطح يجوز على سهمه وعليه ا ب ح واخرج من

نقطة من موضع من قوس ب ج وهي نقطة م عمودًا الى قاعدة المثلث عليه م

واذا اخرج من نقطة من سطح المخروط وهي نقطة ه خط مواز لخط م د الى سطح
المثلث وعليه ه فاقول ان خط ه د يقع على سطح مثلث ا ب ج وانه اذا اخرج
حتى يجوز سطح المثلث ثم اخرج الى الناحية الاخرى حتى يقع على سطح المخروط
انفصل بنصفين بسطح مثلث ا ب ج برهان ذلك انا نصل ه د ونخرجه الى محيط
دائرة ب ج التي هي قاعدة المخروط فيقع على نقطة ه ونخرج من نقطة ه عمودًا
على خط ب ج عليه ه ط لخط ه ط مواز لخط م د ولخط د ه ايضًا ونخرج من نقطة ا
الى ط خطًا عليه ا ط فلان مثلث ا ط ه خط ه د مواز لخط ه ط ويكون خط ه د اذا
اخرج وقع على خط ا ط و ا ط في مثلث ا ب ج فخط ه د يقع على سطح مثلث ا ب ج ومن
اجل انه يقع على خط ا ط فليقع على نقطة ر ونخرج خط ه ر على استقامة
حتى يقع على سطح المخروط فليقع على نقطة ح فاقول ان خط ه ر مثل لخط ر ح
فلان نقط ا ح في سطح المخروط وفي السطح المخرج على خطوط ا ط ا ه ح ه ط
الذي يفصل بمروده براس المخروط مثلث فنقط ا ح ط على الفصل المشترك للمخروط
والمثلث فبين انها على خط مستقيم ولان في مثلث ا ط ه خرج خط ح ي موازيا

بخط ه ط الذي هو قاعدة واخرج من نقطة ا خط ا ط يكون نسبة ه ط الى ط ا
كنسبة ر د الى ح ر ولكن خط ه ط مثل لخط ط ه لانهما عمودان في دائرة ب ج على
قطرها فخط د ر مثل لخط ر ح وذلك ما اردنا ان نبين ز
كل مخروط يقع
لسطح يمر على سهمه ويقطع ايضًا السطح يقطع قاعدة ذلك المخروط على خط
يكون على زوايا قائمة اما على قاعدة المثلث الذي خرج على سهم المخروط
واما على الخط الذي يتصل به على استقامة من خارج المخروط فان الخطوط
التي تخرج من مواضع القطع الذي حدث في سطح المخروط ويكون موازية
للخط المخرج على قاعدة المثلث الذي اخرج على سهم المخروط يقع على الخط
المشترك الذي عليه يتقاطع سطح المثلث الخارج على سهم المخروط والسطح
الاخر الذي قطع المخروط ويكون هذه الخطوط التي ذكرنا اذا اخرجت على
استقامة حتى يقع على سطح المخروط من الناحية الاخرى ينفصل بنصفين
على هذا الخط المشترك وان كان المخروط قائمًا فان الخط الذي يخرج على
الخط المشترك لقاعدة المخروط وللمثلث المخرج على سهمه يكون قائمًا عليه
على زوايا قائمة وان لم يكن المخروط قائمًا وكان يختلف الاضلاع فليس
يكون ذلك الخط على زوايا قائمة على الخط المشترك الا اذا كان السطح الذي
قد خرج على سهم المخروط قائمًا على قاعدة المخروط على زوايا قائمة ومثال
ذلك ان مخروطا راسه نقطة ا وقاعدته دائرة ب ج وقد قطع بسطح يمر على
سهمه واحدث منه مثلث ا ب ج وقطع ايضًا بسطح اخر فقطع السطح الذي
فيه دائرة ب ج وهي قاعدة المخروط على خط د ه الذي هو على زوايا قائمة
اما على خط ب ج واما على الخط المتصل به على استقامة وحدث من ذلك
القطع قطع د ر ه وصار الخط المشترك الذي عليه تقاطع السطحان سطح
المثلث والسطح الذي قطع على المخروط خط ر ح ونعلم على قطع د ر ه نقطة ط و
اخرج على نقطة ط خط مواز لخط د ه عليه ط ح فاقول ان خط ط ح يقع على خط

ب ج واذا اخرج الى الناحية الاخرى على استقامة حتى يقع على قطع
خط د ه انقسم بنصفين بخط ب ج فلان مخروطا راسه نقطة ا وقاعدته دائرة
ب ج قطع بسطح يمر على سهمه فحدث فيه مثلث ا ب ج وتعلمت نقطة على سطح
المخروط على غير ضلع المثلث عليها ط وكان خط ط ح عمودا على خط ب ج يكون
الخط الذي يخرج من نقطة ط اذا كان موازيا لخط ب ج وهو خط ط ح يقع على
سطح مثلث ا ب ج واذا اخرج على استقامة حتى يقع على سطح المخروط من الناحية
الاخرى بنصفين بسطح المثلث كان الخط الذي يخرج على نقطة ط ويكون موازيا
لخط د ه يقع على مثلث ا ب ج وهو في سطح قطع د ز ه يكون على الخط المشترك الذي
عليه تقاطع المثلث والسطح الذي يقطع المخروط وهو خط ب ج فالخط الذي
خرج على نقطة ط موازيا لخط د ه قد وقع على خط ب ج واذا اخرج الى الناحية الاخرى
على استقامة حتى يقع على قطع د ز ه انفصل بنصفين على خط ب ج والمخروط
اما ان يكون قائما على قاعدته على زوايا قائمة واما ان يكون مثلث ا ب ج
الذي قد اخرج على سهم المخروط قائما على دائرة ب ج التي هي قاعدة المخروط
على زوايا قائمة واما ان لا يكون ذلك كذلك فليكن اولا المخروط قائما
على قاعدته على زوايا قائمة فيكون لذلك مثلث ا ب ج قائما على دائرة
ب ج على زوايا قائمة فلان سطح ا ب ج قائم على سطح ب ج على زوايا قائمة وقد

انقسم

اخرج خط د ه على زوايا قائمة على الخط الذي عليه تقاطع احد السطحين الاخر

وهو

وهو خط ب ج يكون لذلك خط د ه واقعا على زوايا قائمة على سطح ا ب ج وكل ما هو
ويكون في سطح ا ب ج ولذلك يكون ايضا قائما على خط ب ج ثم لا يكون المخروط
قائما على زوايا قائمة على قاعدته فان كان المثلث الذي خرج على سهمه خرج
على زوايا قائمة على قاعدته اعني على دائرة ب ج فعلى ذلك المثال نتبين ان
خط د ه قائم على خط ب ج على زوايا قائمة ثم لا يكون ايضا مثلث ا ب ج الذي خرج
على سهم المخروط قائما على قاعدته التي هي دائرة ا ب ج على زوايا قائمة فاقول
انه لا يكون خط د ه حينئذ واقعا على خط ب ج على زوايا قائمة فان امكن ذلك
فليكن خط د ه على ب ج على زوايا قائمة وهو ايضا على خط ب ج على زوايا قائمة
فيكون خط د ه قائما على كل واحد من خطي ب ج ب ج على زوايا قائمة وعلى السطح الذي
يخرج على نقطتي ب ج ولكن السطح الذي يخرج على نقطتي ب ج هو سطح ا ب ج فخط د ه
اذا وقع على سطح ا ب ج على زوايا قائمة وكل السطوح الخارجة عليه واقعة على
سطح ا ب ج على زوايا قائمة وواحد من تلك السطوح الخارجة على خط د ه سطح
دائرة ب ج فيكون سطح ا ب ج واقعا على سطح دائرة ب ج على زوايا قائمة ولم يكن
ذلك كذلك فليس خط د ه بواقع على خط ب ج على زوايا قائمة وتبين من ذلك
ان قطر قطع د ز ه هو خط ب ج لان الخطوط التي تخرج موازية لخط د ه ينقسم به
بنصفين نصفين وذلك ما اردنا ان نبين ح كل مخروط يقطع بسطح
يجوز على سهمه ويقطع ايضا بسطح يقطع قاعدة ذلك المخروط على خط عمود
على زوايا قائمة وعلى قاعدة المثلث الذي يخرج على سهم المخروط يكون
قطر القطع الذي يحدث في سطح المخروط اما موازيا لاحد ضلعي المثلث
واما يلقاه اذا اخرج على استقامة خارجا عن راس المخروط فان المخروط
والقطع الحادث فيه يمكن فيها الزيادة الى ما لا نهاية له مما يلي قاعدة
المخروط ويمكننا ان نخرج خطا ما لخط مفروض من قطر القطع مما يلي راسه
وان يخرج من ذلك الموضع خطا يقع على القطع موازيا للخط الذي وقع

خط م

ح

في قاعدة المخروط فليكن مخروط راسه نقطة ا وقاعدته دايرة ب ج وتقطع
بسطح يجوز على سهمه وهو سطح مثلث
ا ب ج ويقطع ايضًا بسطح دايرة ب ج
التي هي قاعدة المخروط على خط د ا القايم
على قاعدة المثلث على زوايا قايمه
ويحدث قطع في سطح المخروط عليه
د ه ز خط د ه اذا وصل اما موازيًا
لخط ا ج واما ان يلقاه اذا اخرجا
على استقامته خارجًا عن راس المخروط
الذي هو نقطة ا فانه اذا اخرج سطح المخروط والسطح الذي يقطعه فيستمران
الى ما لا نهاية له وسيخرج قطع د ه ز على مثال ذلك فليخرجا على استقامته
فنبين هو ان خطوط ا ب ا ج ب ج سيخرج معهما ولان خط ب ج اما موازٍ لخط
ا ج واما يلقاه خارجًا من نقطة ا التي هي راس المخروط يكون خط ب ج ا اذا اخرجا
الى ما يلي نقطتي ج لا يلتقيان ابدًا فليخرجا ويتعلم على خط ب ج المخرج نقطة عليها
ونخرج عليها خطا موازيًا لخط ب ج عليه ح ط ل ونخط اخر موازيًا لخط د ه عليه ط د
فالسطح الذي يخرج على نقطة ح ط ل هو موازٍ للسطح الذي عليه نقطة ب ج د
فسطح ح ط ل دايرة ولان نقطة د ه ز في السطح الذي يقطع المخروط وفي السطح
المخروط يكون على القطع المشترك للسطحين فقد امتد قطع د ه الى نقطتي ح ل
فاذا ما زاد سطح المخروط والسطح الذي يقطعه الى نقطة دايرة ح ط ل فقد
امتد قطع د ه الى نقطتي ح ل ولذلك ايضًا تبين انه ان اخرج سطح المخروط
والسطح الذي يقطعه الى ما لا نهاية له فسيزيد قطع د ه الى ما لا نهاية و
تبين انه يمكننا ان ناخذ بقدر كل خط يزيد من خط د ط مما يلي نقطة د لانا
ان نحن صيرنا الخط الذي نريد اخذه خط د م واخرجنا على نقطة م خطًا
محاذيا

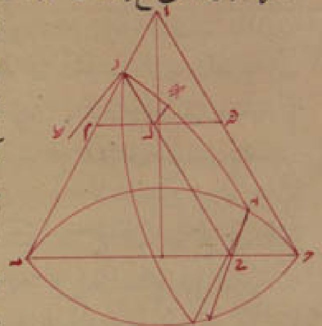
موازيًا لخط د ه فسيقع على القطع كما قد تبين فان الخط المخرج على نقطة
م ا الواقع على نقطتي م د فقد تبين ان خط م د واقع على القطع وموازٍ لخط
د ه وان خط د م مساوٍ للخط المفروض مما يلي د وذلك ما اردنا ان نبين ي ط
كل مخروط يقع بسطح يجوز على كل ضلعي المثلث الذي يخرج على سهم المخروط
ولا يكون ذلك السطح موازيًا لقاعدة المخروط ولا مخالفًا فان القطع لا يكون
دايرة فليكن مخروط راسه نقطة ا وقاعدته دايرة ب ج ويقطع بسطح لا يكون
موازيًا للقاعدة ولا مخالفًا ويحدث في سطح المخروط عليه د ه ز فاقول ان خط

د ه ز ليس بدايرة فان امكن ذلك فليكن دايرة وليقع هذا السطح القاطع للمخروط
على سطح قاعدة المخروط ويكون موضع قطعهما المشترك خط ب ج ومركز دايرة
ب ج نقطة ل ويخرج عمود الى خط ب ج عليه ل ك ولنخرج على نقطتي ك ل وعلى
المخروط سطح يحدث في سطح المخروط خطي ا ب ا ج فلان نقطة ب ج في سطح د ه ز وهي
ايضًا في سطح ا ب ج يكون نقطة ب ج على القطع المشترك للسطحين نقطة د ز فا
على خط مستقيم ولنعلم على خط د ه ز نقطة عليها ه ويخرج خط ه ل موازيًا
لخط ب ج فيكون عند ذلك خط ه م مساويًا لخط م ل لخط د ه قطر الدايرة د ه ز
ونخرج ايضًا على نقطة م خطًا موازيًا لخط ب ج فيكون لذلك السطح الذي يجوز على
نقطة م ه موازيًا للسطح الذي يجوز على نقطة ب ج اعني القاعدة ويكون القطع

دائرة فليكن د ح هـ و ولان خط ب ح قائم على خط ب ج على زوايا قائمة يكون خط
هـ م ايضًا قائمًا على خط ب ج على زوايا قائمة فالذي يكون من ضرب خط ب م في
م ج مساويًا للمربع هـ م ولكن الذي يكون من ضرب د م في م ح مساويًا لمربع هـ م لان
خط د هـ ح قد قيل انه دائرة وقطرها خط د ح فالذي يكون من ضرب خط د م في
م ح مساوٍ للذي يكون من خط ب م في م ج فنسبة ب م الى م د كنسبة م ح الى م ج فمثلث
د م ب شبيه بمثلث ج م ح فزاوية د ب م مساوية لزاوية ج ح م ولكن زاوية د ب م مساوية
لزاوية ا ب ج لان خط د ح موازٍ لخط ب ج فزاوية ا ب ج مساوية لزاوية م ح ج فالقطع مخالف
ى اذًا ولم يكن ذلك كذلك فليس خط د ح هـ بدائرة وذلك ما اردنا ان نبين ى
كل قطع في مخروط تعلم على سطحه نقطتان فان الخط الذي يصل بينهما يقع داخلا
في القطع والخط المتصل به على استقامة يقع خارجًا من القطع فليكن مخروط
راسه نقطة ا وقاعدته دائرة ب ج وليقطع
بسطح يجوز على سهمه ويحصل قطعه مثلث ا ب ج
ويقطع ايضًا بسطح اخر يحصل قطعه في سطح المخروط
خط د هـ و ونعلم على خط د هـ نقطتين عليهما ح ط
فاقول ان الخط الذي يصل بين هاتين النقطتين
يقع داخلا في قطع د هـ و والخط المتصل به على استقامة يقع خارجًا من القطع
لان مخروطا راسه نقطة ا وقاعدته دائرة ب ج قد قطع بسطح يجوز على سهمه و
نعلم على سطحه نقطتا ح ط اللتان ليستا على ضلع المثلث الذي يخرج على سهم
المخروط فالخط الذي يصل نقطة ح بنقطة ط ليس يحاذي نقطة ا فالخط الذي
يا يصل ما بين نقطتي ح ط اذا يقع داخلا في المخروط والخط المتصل به على استقامة
يقع خارجًا منه وكذلك يعرض في قطع د هـ و وذلك ما اردنا ان نبين يا كل
مخروط يقطع بسطح يجوز على سهمه ويقطع ايضًا بسطح اخر يقطع قاعدته على
خط مستقيم يجوز على قاعدة المثلث الذي يخرج على سهم المخروط على زوايا

قائمة

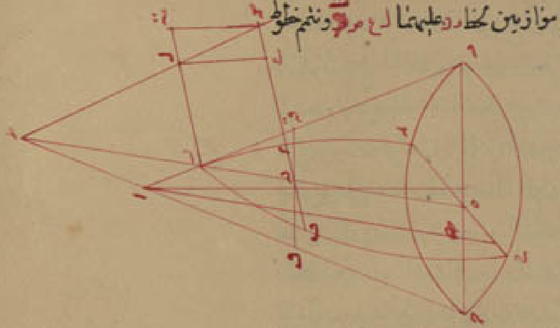
قائمة ويكون قطر ذلك القطع موازيًا لاحد ضلعي المثلث الذي يخرج على سهم
المخروط فان الخطوط التي تخرج الى قطر القطع من اي المواضع كانت من خط
القطع ويكون موازية للخط المشترك الذي عليه يقطع سطح القطع لقاعدة
المخروط يقوى على سطح يكون من ضرب الخط الذي يكون موضع منتهاها على
قطر القطع الى راس القطع في خط
اخر يكون نسبته الى الخط الذي
يكون من راس القطع الى راس المخروط
كنسبة مربع قاعدة اعني المثلث الذي
يخرج على سهم المخروط الى السطح
الذي يكون من ضرب احد ضلعي
ذلك المثلث الباقيين في الاخر
ولنسمي هذا القطع القطع المكافي



ومثال ذلك ان مخروطا راسه نقطة ا وقاعدته دائرة ب ج وقد قطع بسطح يجوز
على سهم المخروط ويحدث فيه مثلث ا ب ج وقطع ايضًا بسطح اخر يقطع قاعدة
المخروط على خط د هـ الذي هو قائم على خط ب ج على زوايا قائمة ويقطع سطح
المخروط على خط د ز هـ وقطر القطع عليه ز ح وهو موازٍ لاحد ضلعي المثلث
وهو ضلع ا ج وقد اخرج من نقطة ز خط قائم على خط ز ح على زوايا قائمة عليه
ز ط وجعلت نسبة مربع ب ج الى سطح ب ا في ا ج كنسبة خط ز ط الى خط ز ا وقد
تعلمت نقطة على خط القطع حيثما كانت عليها ك واخرج منها خط ك ل موازيا
لخط د هـ عليه ك ل فاقول ان مربع ك ل مساوٍ للذي يكون من ضرب خط
ط ز في ز ل وبرهان ذلك ان يخرج من نقطة ل خطا موازيا لخط ب ج عليه م ن
فاخرج خط ك ل موازيا لخط د هـ فالسطح الذي يكون على نقطة ك ل م موازٍ للسطح الذي يكون عليه ب ج
ب ج د هـ ففصل السطح الذي يكون على نقطة ك ل م المشترك المماس للمخروط

دايرة قطرها خط م د وخط هـ ا واقع على قطر م د على زوايا قائمة والذى
يكون من ضرب ل م فى ل د مسا وللذى يكون من ضرب هـ ل فى نفسه ونسبة مربع
ب د الى سطح ب ا فى ا م كنسبة خط ط ا الى خط د ا ونسبة مربع ب ا الى سطح ب ا فى ا م
مركبة من نسبة ب ا الى ح ا ومن نسبة ب ا الى ب ا فنسبة ط ا الى ا م مركبة من نسبة ب ا
الى ب ا ومن نسبة ب ا الى ح ا ولكن نسبة ب ا الى ح ا كنسبة د ا الى ح ا وكنسبة ل م
الى ل د ونسبة ب ا الى ب ا كنسبة هـ م الى ا وكنسبة ل م الى د وكنسبة هـ د الى
د ا فنسبة ط د الى م ا مركبة من نسبة م ل الى ل د ومن نسبة ط د الى م ا والنسبة المركبة
من م ل الى ل د ومن ل د الى ا هى نسبة سطح م ل فى ل د الى سطح ل د فى م ا ونسبة ط د
الى ا كنسبة سطح م ل فى ل د الى سطح ل د فى م ا ونسبة ط د الى م ا اذا نحن صيرنا
خط د ا ارتفاعا مشتركا لهما كانت كنسبة سطح ط د فى د ا الى سطح ا د فى م ا فنسبة
سطح م ل فى ل د الى سطح ل د فى ا كنسبة سطح ط د فى د ا الى سطح ا د فى م ا فسطح م ل فى ل د
مسا لسطح ط د فى د ا ولكن سطح م ل فى ل د مسا لمربع هـ ل فمربع هـ ل مسا لسطح ط د
فى د ا فلنسمى هذا القطع القطع المكافى ونسمى خط ط ا الذى يقوى عليه الخطوط
المخرجة الى قطر د ا على الترتيب القائم يب
كل مخروط يقطع بسطح يجوز على سهمه
ويقطع بسطح اخر يقطع قاعدته على خط مستقيم يجود على قاعدة المثلث
الذى يخرج على سهم المخروط على زوايا قائمة ويكون قطر ذلك القطع اذا
اخرج على استقامة يلقى احد ضلعى المثلث المخرج على سهم المخروط اذا
اخرج على استقامة خارجا عن راس المخروط فان الخط الذى يخرج من اى
المواضع كانت من خطوط القطع الى قطر القطع اذا كان موازيا للفصل
المشترك الذى عليه يقطع السطح لقاعدة المخروط يقوى على سطح مضاف
الى خط يكون نسبته الى الخط المخرج على استقامة قطر القطع وهو الذى يوتر
الزاوية الخارجة عن المثلث الذى يجوز على سهم المخروط اليه كنسبة مربع
الخط الذى يخرج من راس المخروط الى قاعدة المثلث موازيا لقطر القطع

الى السطح الذى يكون من ضرب احد قسمى القاعدة الذى يفصله الخط المخرج
فى الاخر زيادة سطح شبيه بالسطح الذى يكون من ضرب الخط الذى يوتر الزاوية
الخارجة عن المثلث الذى يجوز على سهم المخروط فى الخط الذى يقوى عليه الخطوط
المخرجة على الترتيب على ان يكون عرض السطح المضاف هو الخط الذى فيما بين
راس القطع ومسقط خط الترتيب من قطر القطع ونسمى هذا القطع القطع الزايد
ومثال ذلك ان مخروطا راسه نقطة ا وقاعدته دايرة ب ح وقد قطع بسطح يجوز على
سهمه عليه ا ب ح وقطع ايضا بسطح اخر يقطع قاعدة المخروط على خط د هـ القايم على
خط ب ح على زوايا قائمة ويقطع سطح المخروط على خط د ر هـ وقطر القطع عليه ر ح واذا
اخرج على استقامة لقى ضلع المثلث الذى عليه ا ح اذا اخرج على استقامة على
نقطة ط ونخرج من نقطة ا خطا موازيا لقطر القطع يقع على قاعدة مثلث ا ب ح عليه
ا ك ونخرج من نقطة ر خطا قائما على خط ر ح على زوايا قائمة عليه ر ل ونجعل نسبة
مربع ا ك الى سطح ب ك فى ك ح كنسبة خط ر ط الى خط ر ل ونعلم نقطة على خط القطع
حيث وقعت عليها م ونخرج على نقطة م خطا موازيا لخط د هـ عليه م ن ونخرج ايضا
على نقطة ن خطا موازيا لخط ر ل عليه ن س ونصل خط ط ل ونخرجه على استقامة الى
نقطة س ونخرج على نقطتى ل س خطين موازيين لخط ر ن عليهما ل ع س ف ونتمم خطوط
الشكل فاقول ان خط م ن يقوى
على سطح ر س الذى هو مضاف الى
خط ر ل وعرضه ر ن وزايد عليه ل س
الذى هو شبيه بسطح ط ر فى ر ل برهان
ذلك انا نخرج على نقطة ن خطا موازيا
لخط ب ح عليه ن ف وخط د هـ موازى لخط
د هـ فالسطح الذى يجوز على نقطة
م ن ف موازى للسطح الذى يجوز على نقط ب ح د ا التى هى على قاعدة المخروط والسطح



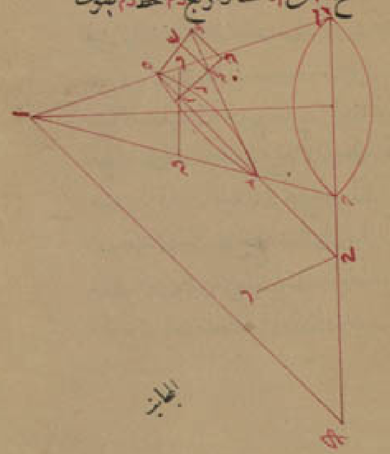
الذي يجوز على نقطة و د ر دائرة في المخروط وقطرها د ه وخط ر د عمود عليه
فالذي يكون من ضرب ه د في د ر مساو لمربع ر د ولنسبة مربع ا ه الى سطح ه ح
في ح د كنسبة د ط الى ط ل ولكن نسبة مربع ا ه الى سطح ه ح في ح د مركبة من نسبة
ا ح الى ح د ومن ا ح الى ح ه فنسبة د ط الى ط ل مركبة من نسبة ا ح الى ح ه و
من نسبة ا ح الى ح د ولكن نسبة ا ح الى ح ه كنسبة ط ح الى ح ه وكنسبة
ط د الى د ه فهو لنسبة ا ح الى ح د كنسبة ر ح الى ح د وكنسبة د ا الى ر د فنسبة
ط ل الى د ه مركبة من نسبة ط د الى د ه ومن د ا الى د ر والنسبة المركبة من
ط د الى د ه ومن د ا الى د ر هي نسبة سطح ط د في د ا الى سطح ه د في د ر فنسبة
سطح ط د في د ا الى ه د في د ر كنسبة ط د الى ط ل وكنسبة ط د الى د ه ولنسبة
ط د الى د ه اذا نحن صيرنا خط د ا مشتركا لهما كنسبة سطح ط د في د ا
الى سطح ه د في د ا فنسبة سطح ط د في د ا الى سطح ه د في د ر كنسبة ط د في د ا
الى سطح ه د في ر د فالذي يكون من ضرب ط د في د ا مساو للذي يكون من ضرب
ه د في د ر وقد كان تبين ان مربع ر د مساو لسطح ه د في د ر فمربع ر د مساو
لسطح ط د في د ا والذي يكون من ضرب ر د في د ا هو سطح المتوازي الاضلاع
فقد تبين ان خط ر د يقوى على سطح الذي هو مضاف الى خط د ا وعرضه د ط
وتزيد عليه سطح الذي هو شبيه بسطح في فلنسمي هذا القطع القطع
الزائد ونسمي خط د ا الخط الذي يقوى عليه الخطوط التي تخرج الى قطره
على الترتيب ونسمي ايضا القائم ونسمي خط د ا المجانب كج كل مخروط يقطع كج
بسطح يمر على سهمه ويقطع ايضا بسطح اخر يمر على كل ضلعي المثلث المخرج
على سهم المخروط ولا يكون موازيا لقاعدة المخروط ولا مخالفا لها ويكون
السطح الذي فيه قاعدة المخروط والسطح الذي يقطع المخروط اذا اخرجنا
يلتقيان على خط يكون على زوايا قائمة اما على قاعدة المثلث المخرج على
سهم المخروط واما على الخط المتصل بالقاعدة على استقامة فان الخط الذي

يخرج

يخرج من اي موضع كان من خط القطع الى قطره اذا كان موازيا للخط الذي
عليه يتقاطع السطحان يقوى الى سطح مضاف الى خط يكون نسبته الى قطر القطع
اليه كنسبة مربع الخط الذي يخرج من راس المخروط موازيا لقطر القطع ويلقى
قاعدة المثلث الذي يمر على سهم المخروط اذا اخرجت القاعدة على استقامة
الى الذي يكون من ضرب وتر الزاوية التي عند راس المخروط ويحيط بها الخط الذي
يخرج من راس المخروط موازيا للقطر القطع واحد ضلعي المثلث الذي يمر على سهم
المخروط في وتر الزاوية التي عند راس المخروط ايضا ويحيط بها الخط الذي يخرج
من راس المخروط موازيا لقطر الضلع والضلع الاخر من المثلث الذي يقطع المخروط
على سهمه ويكون عرضه في ذلك السطح الخط الذي يكون من موضع مسقط الخط الخارج
من القطع على قطر القطع الى راس القطع ويكون ناقصا سطحا شبيها بالسطح الذي
يكون من ضرب قطر القطع في الخط الذي يقوى عليه الخطوط المخرجة الى قطر القطع
على الترتيب فلنسمي هذا القطع الناقص ومثال ذلك ان مخروطا راسه نقطة ا و
قاعدته دائرة ب ج قد قطع بسطح يمر على سهمه وهو مثلث ا ب ج وقطع ايضا بسطح
اخر يمر على كل ضلعي المثلث المخرج على سهم المخروط وليس موازيا لقاعدة المخروط
ولا مخالفا لها واحدث قطعا في المخروط عليه د ه والفصل المشترك لقطع السطح
المخرج ولسطح قاعدة المخروط هو خط ر ح الذي يقطع خط ب ج اذا اخرج على استقامة
على زوايا قائمة وقطر القطع خط ه د ونخرج من نقطة ه خطا على زوايا قائمة
من خط ه د عليه ه ط ونخرج من نقطة ا خطا موازيا لقطر ه د عليه ا ك ونجعل نسبة
خط د ه الى خط ه ط كنسبة مربع ا ك الى سطح ب ك في ك ج ونعلم نقطة على القطع
حيث ما وقعت عليها ل ونخرج من نقطة ل خطا موازيا لخط ر ح عليه ل م فاقول
ان خط ل م يقوى على سطح مضاف الى خط ه ط وعرضه خط ه م وينقص خطا شبيها
بالسطح الذي يكون من ضرب خط ه د في خط ه ط فلنصل نقطة د بنقطة ط بخط د ط
ونخرج من نقطة م خطا موازيا لخط ه ط عليه م ر ونخرج على نقطتي ط م خطين متوازيين

لخط م ن عليهما ط د س ع وعلى نقطة م خطا موازيا لخط ب ر عليه د ق فلان خط
م ق موازٍ لخط ب ر وخط ل م موازٍ لخط ب ع فالسطح الذي يكون على نقطة ل م د ق
موازٍ للسطح الذي على نقطة ب ع ر ا فهو سطح قاعدة المخروط فان اخرج على نقطة ل م
د ق سطح فانه سيكون دائرة وقطرها خط د ق ويكون خط ل م عمودا على قطرها
عليها فالذي يكون من ضرب خط د م في خط م ق مساو لمربع ل م ولان نسبة مربع
ا ح الى سطح ب ح في ح ر كنسبة خط د ه الى الخط ه ط ونسبة مربع ا ح الى سطح ب ح في ح ر
هي مركبة من نسبة ا ح الى ح ب ومن ا ح الى ح ر ونسبة ا ح الى ح ب كنسبة ع ح الى
ح س وكنسبة د م الى م ن ونسبة ا ح الى ح ر كنسبة ع ح الى ح ر وكنسبة د م الى
م ق فنسبة ا ح الى ح ب مركبة من نسبة د م الى م ن ومن نسبة د م الى م ق والنسبة
المركبة من د م الى م ن ومن نسبة د م الى م ق وهي نسبة سطح د م في م ن الى سطح
د م في م ق فنسبة سطح د م في م ن الى السطح د م في م ق كنسبة د ه الى ه ط ولكن
نسبة د ه الى ه ط اذا نحن جعلنا خط م ن ارتفاعا مشتركا لهما كنسبة سطح
د ه في م ن الى السطح ه ط في م ن ونسبة سطح د م في م ن الى سطح د م في م ق كنسبة سطح
د ه في م ن الى السطح ه ط في م ن فسطح ه ط في م ن مساو للسطح د م في م ق وقد تبين
ان سطح د م في م ق مساو لمربع ل م فسطح ه ط في م ن مساو لمربع ل م فخط ل م يقوى

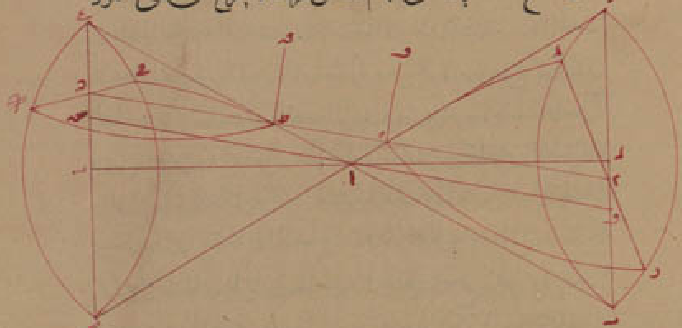
ا كنسبة ع ح الى ح د
كنسبة د م الى م ن ونسبة
د ه الى ط م



على سطح مضاف الى خط ط ه
وعرضه خط م ن ناقصا سطح
ع ر الذي هو شبيه بالسطح
الذي يكون من ضرب د ه في ط
فلنسمي هذا القطع الناقص
ونسمي خط ه ط الخط الذي يقوى
عليه الخطوط المخرجة الى قطر
القطع القائم ونسمي خط د ه

المجانب وحكم الدائرة في خطوط الترتيب التي فيها كحكم القطع الناقص الا
ان خطها القائم مساو لقطرها وذلك ما اردنا ان نبين يد اذا قطعت
الاشكال المخروطة المتقابلة المتماسة الرؤوس بسطح لا يجوز على راسها فان
القطع في كل واحد منها هو القطع الزائد وقطرهما جميعا واحد والخط الذي
يسمى القائم من احد القطعين مساو للخط الذي يسمى القائم من القطع الاخر
والقطر المجانب للشكل هو الخط المشترك الذي فيما بين راسي القطعين
ولنسمي هذان القطعان المتقابلان ومثال ذلك شكلان متقابلان متماسا
الرؤوس مخروطان على راسهما نقطة ا ويقطعهما سطح لا يجوز على راسهما
ويحدث فيهما قطعين عليهما د ه ح ط فاقول ان كل واحد من قطعي د ه د
ط ح هو القطع الزائد برهان ذلك انا نجعل الدائرة التي عليها مدار
الخط الذي يرسم سطح الشكلين المخروطين دائرة ب ر ح ونخرج في الشكل
المقابل لها سطحا موازيا للدائرة عليه س ع ط ه فتبين ان هذا السطح في المخروط
دائرة وليكن الفصلان المشتركان لقطعي ط ح ه د والدائرتين خطا ر د ح
وهما متوازيان وليكن سهم المخروطين خط ل ا ك ومركزا الدائرتين نقطتا ل ك
ونخرج من نقطة ل عمودا على خط ر د وننفذه الى محيط الدائرة الى نقطتي ب و
نخرج سطحا على نقطتي ب ر وسهم المخروط فيحدث في الدائرتين فصلين مشتركين
متوازيين عليهما ر س ع ويحدث في الشكلين خطي ب ا ع ا س ويكون خط
س ع قائما على خط ح ط على زوايا قائمة لان خط ب ر قائم على خط د ه على زوايا
قائمة وكل واحد منهما موازٍ لنظيره ولان السطح المخرج على السهم وقع من
القطعين على نقطتي و ح داخل القطعين فتبين ان السطح يقطع القطعة
فليقطعهما على نقطتي ط ه فنقطة م ط ه فوق السطح الذي يجوز على السهم وفي
السطح الذي فيه القطعان فنقطة م ط ه على خط مستقيم وتبين ان نقطة ا ط
على خط مستقيم وان نقطة ع ا ح ايضا على خط مستقيم لانها في سطح المخروط

د في السطح الذي يجوز على السهم وراس المخروط ويخرج من نقطتي ط ه عمودين

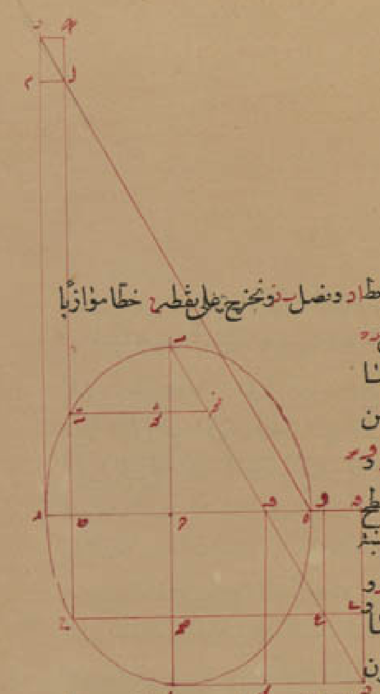


على خط ه ط عليهما ك ه د وتخرج من نقطة ا خطا موازيا لخط ه د عليه ف ا ر ونجعل
نسبة مربع ا ف الى سطح ه ف في ف د كنسبة ط ه الى ه ف ونسبة مربع ا ر الى سطح ع ر في
ر ح كنسبة ه ط الى ط ق فلان المخروط الذي راسه نقطة ا وقاعدته دائرة ب ح
قطع بسطح يجوز على السهم واحدث مثلث ا ب ح وقطع ايضا بسطح اخر يقطع قاعدة
المخروط على خط ه م ط الذي هو قائم على خط ب ح على زوايا قائمة واحدث قطعا
في سطح المخروط عليه ه د وقطره م ه ا الذي اذا اخرج على استقامته وقع على احد
ضلعي المثلث الذي يجوز على سهم المخروط اذا اخرج على استقامته خارجا
عن راسه واخرج من نقطة ا خطا موازيا للقطر الذي هو خط ه م عليه ا و
من نقطة ه خط قائم على خط ه م عليه ه ف على زوايا قائمة ونسبة مربع ا ف الى
سطح ب ف في ف ح كنسبة ط ه الى ه ف يكون لذلك قطع ه د هو القطع الزائد وخط
هو الخط الذي يسمى القائم والقطر المجانب في هذا النوع من القطع هو
خط ط ه وكذلك نتبين ان قطع ح ط ح قطع زائد وقطره ط ذ وخط ط ه هو الذي
يسمى القائم والقطر المجانب في هذا القطع هو خط ط ه فاقول ان خط ط د
مثل خط ه د وبرهان ذلك ان خط ب ح مواز لخط ص ع فنسبة ا ف الى ف ح

كنسبة

كنسبة ا ر الى ر ص ونسبة ا ف الى ف ب كنسبة ا ر الى ر ع ولكن نسبة ا ف الى
ف ح مثناة بنسبة ا ف الى ف ب هي نسبة مربع ا ف الى سطح ب ف في ف ح ونسبة ا ر
الى ر ص مثناة بنسبة ا ر الى ر ع كنسبة مربع ا ر الى سطح ص ر في ر ع فنسبة
مربع ا ف الى سطح ب ف في ف ح كنسبة مربع ا ر الى سطح ص ر في ر ع ولكن نسبة
مربع ا ف الى سطح ب ف في ف ح كنسبة ه ط الى ه ف ونسبة مربع ا ر الى سطح ص ر في ر ع
كنسبة ه ط الى ط ق فنسبة ط ه الى ه ف كنسبة ه ط الى ط ق فخط ه ف مثل خط ط ق
وذلك ما اردنا ان نبين

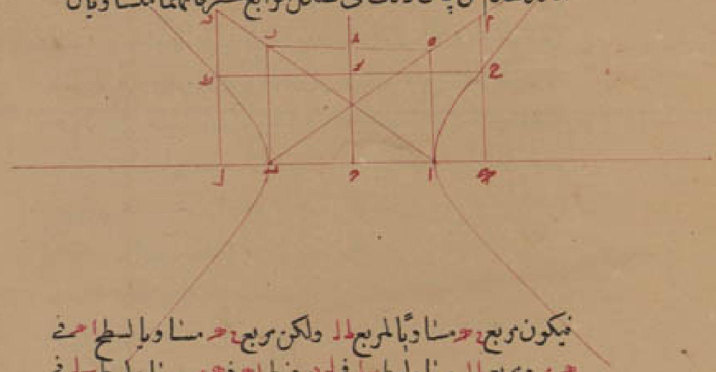
يه كل خط يخرج من وسط قطر القطع الناقص
عن جنبتي القطر حتى ينتهي في كلتي الجهتين الى خط القطع على الترتيب ويصير
نسبة الخط المخرج الى قطر القطع كنسبة القطر الى خط اخر فان الخط الذي
يخرج من اي موضع كان من القطع الى الخط المخرج عن جنبتي القطر اذا كان موازيا
لقطر القطع يقوى على السطح الذي يكون من ضرب الخط الثالث المناسب في
الخط الذي من موضع مسقط الخط المخرج الموازي للقطر الى موضع خط القطع من خط
الترتيب ينقصان سطح شبيه بالسطح الذي يكون من ضرب الخط الثالث المناسب
في خط الترتيب الذي جاز على وسط القطر ويكون الخط الموازي للقطر اذا اخرج
على استقامته الى الناحية الاخرى حتى يلقى القطع ينفصل بنصفين على الخط
الذي جاز على وسط القطر فليكن القطع الناقص قطره خط ا ب وتفصل خط ا ب
بنصفين على نقطة ح ونخرج على نقطة ح خطا على الترتيب عن كلتي جنبتيه الى ان
ينتهي الى القطع عليه د ه ونخرج من نقطة د خطا قائما على خط د ه على زوايا قائمة
عليه د ر ونجعل نسبة د ه الى ا ب كنسبة ا ب الى د ر ونعلم نقطة ما على القطع عليها ح
ونخرج من نقطة ح خطا موازيا لخط ا ب عليه ح ط ونصل ه ر ونخرج على نقطة ط خطا
موازيا لخط د ر عليه ط ل ونخرج على نقطتي ر ل خطين متوازيين لخط ط د عليهما
د ح ل م ونتم سطح د ح فاقول ان خط ح ط يقوى على سطح د ط الذي هو مضاف
الى خط د ر وعرضه خط د ط ينقصان سطح ل ر الذي هو شبيه بسطح ه د في د ر



فليكن الخط الذي يلتقي القائم خط ا د ونصل ب د ونخرج على نقطة ح خطا موازيا
لخط د عليه ح م وعلى نقطتي م ه
خطين موازيين لخط ا د عليهما
م ع د ه وعلى نقطتي ع د خطين
موازيين لخط ا ب عليهما ع و د ط
ونتمم الشكل فمربع د ه مساو لسطح
ا د ومربع ح ط لسطح ا ع ولان نسبة
ب ا الى ا د كنسبة ب ه الى ح د و
كنسبة ه ر الى ح د وخط ب ه مساو
لخط ا ا الذي هو مثل ر ف يكون
خط ه د مساو لخط ر د وخط ر ه مساو لخط ه د فسطح ا ف مساو لسطح ر ه ق وسطح
ر ر مساو لسطح ر ه ولان سطح ب ر مساو لسطح ع ه واذا نحن صيرنا سطح د ع مشتركا
يكون سطح ر ه مساويا لسطح د ه ولسطح ر ر ايضا فسطح ف د مساو لسطح ر ر ونصير
سطح ر و مشتركا فكل ف ا الذي هو مثل ف ا هو مساو لسطح ا ع مع سطح ف ع
فسطح د ا يزيد على سطح ا ع سطح ع ه ولكن سطح ا د مساو لمربع د ه وسطح ا ع مساو
لمربع ص ح وسطح ع ف هو د ف ف ف فمربع د ه يزيد على مربع ح ر بسطح ه د ف ف ولان
خط د ه انقسم بنصفين على نقطة ه وبقسمين مختلفين على نقطة ف يكون سطح
د ط ف ط ه مع مربع ه ط الذي هو مثل ص ح مساويا لمربع د ه فمربع د ه يزيد على مربع
ص ح بسطح ه ط ف ط ه وقد كان زيادة مربع د ه على مربع ح ر بسطح د ف ف ف فسطح
ه ط ف ط ه مساو لسطح د ف ف ولان نسبة ه د الى ب ه كنسبة ا الى ه د
يكون نسبة ه د الى ح ه كنسبة مربع د ه الى مربع ا ب التي هي نسبة مربع د ه الى
مربع ا ب التي هي نسبة مربع ه د الى مربع ح ب ولكن مربع ه د مساو لسطح ف ه
في ه ا الذي هو مثل ف ه في ب ف فنسبة ه د الى ح ه التي هي مثل ه ط الى ط ا

ومثل سطح ه ط في ط د الى د ط في ط ا اذا صيرنا ط د ارتفاعا مشتركا هي كنسبة
ف ه في ه ب الى مربع ح ب ومثل نسبة سطح د ف في ف ع الى مربع ع د ولان مثلثي ع د ه
ح ف ع متشابهان وسطح ه ط في ط ه مساو لسطح د ف في ف ع فسطح ه ط في ط ا
مساو لمربع ع د وهو مثل مربع ح م الذي هو مثل مربع ح ط فخط ح ط يقوى على
سطح د ا الذي هو مضاف الى خط د ه وينقص بسطح د ا الذي هو شبيه بسطح
ه في د ه واقول ان خط ط ح اذا خرج الى الناحية الاخرى من القطع انفصل
بنصفين بخط د ه فليخرج ويقع على القطع على نقطة ت ونخرج على نقطة ت
خطا موازيا لخط ح م عليه ت ث وعلى نقطة ث خطا موازيا لخط ا د عليه ث خ ونخط
ح م مساو لخط ت ث ومربع م ر مساو لخط ت ث ومربع ح م مساو لسطح ا ر في ر د و
مربع ت ث مساو لسطح ا ث في ث ر فسطح ا ر في ر ح مساو لسطح ا ث في ث ر فنسبة
ث ر الى ر خ كنسبة ث ا الى ا ر ونسبة ر ا الى ا ث كنسبة ث ر الى ر ح فنسبة
ث ر الى ا ر كنسبة ر ا الى ر ح واذا فصلنا كانت نسبة ث ر الى ر ا كنسبة
ث ر الى ح ت فخط ا ر مساو لخط ث ح وخط ا ه مثل ب ه فيبقى ح ه مثل ث ح ولذلك
يكون خط ح ط مثل ط ت فقد تبين ان خط ط ح اذا اخرج الى الناحية الاخرى
حتى يقع على خط القطع انفصل بنصفين بخط د ه ولنسم خط قطر مزدوجا
لخط ا ب اذا كان على الترتيب وذلك ما اردنا ان نبين
يو يو كل خط يخرج من وسط القطر المجانب للقطوع المتقابلة موازيا
لخطوط الترتيب هو ايضا قطر مزدوج مع القطر المجانب فليكن قطعان
متقابلان قطرهما المجانب خط ا ب ونفصل ا ب بنصفين على نقطة ح ونخرج
على نقطة ح خطا موازيا لخطوط الترتيب عليه ح د فاقول ان خط ح د
قطر مزدوج مع قطر ا ب فليكن الخطان القائمان لكل واحد من القطعين
خطي ا ه ب ونصل ا د ب ونخرجهما ونعلم احد القطعين نقطة عليها ح ونخرج
على نقطة ح خطا موازيا لخط ا ب عليه ح ط ومن نقطتي ح ط خطي ح ط ط ل على الترتيب

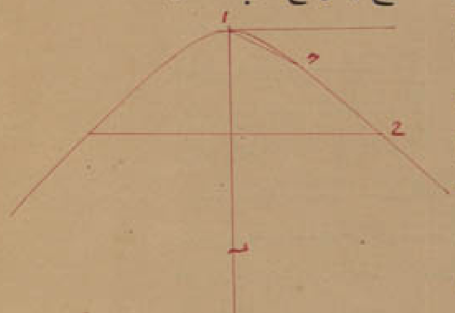
وعلى ح ل خطين متوازيين لخطى ا ب عليهما ا ه ر ل فخلاف خطى ح ه ا ل متوازيان
لما قد تقدم من بيان ذلك فى الشكل الرابع عشر فانهما متساويان



فيكون مربع ح ه مساويا لمربع ل ا ولكن مربع ح ه مساو بالسطح ا ه فى
ه م ومربع ل ا مساو لسطح ر ل فى ل د فسطح ا ه فى ه م مساو لسطح ر ل فى
ل د ولان خط ا ه مساو لخط ر ب يكون لنسبة ا ه الى ر ب كنسبة د ر الى ر ا و
لكن لنسبة ا ه الى ر ب كنسبة ه ا الى ح ب كنسبة د ل الى ل ا ولنسبة ه ا الى ولنسبة ح ط الى ا
ح ب كنسبة ر ل الى ل ا ولكن لنسبة ه ا الى ح ب اذا اخذ صيرنا ه ا ارتفاعا
مشتركا كنسبة سطح ه ح فى ه ا الى ح ب فى ه ا ولنسبة ل د الى ل ا اذا اخذ
صيرنا ر ل ارتفاعا مشتركا كنسبة سطح ر ل فى ل ب الى ل د فى ل ب واذا
بدلنا كانت نسبة سطح ه ح فى ه ا الى ل د فى ل ب كنسبة ب ح فى ه ا الى ل د فى آ ل
ولكن سطح ه ح فى ه ا مساو لسطح ل د فى ل ب فسطح ب ح فى ا ه مساو لسطح ا ل فى
ل ب لخط ا ل وخط ا ه لخط ا ب وكل ح ه مثل كل ه ل ولذلك يكون ح ر مساو لخط ح ب
مثل ر ط لخط ح ل و قد انقطع بنصفين بخط ر ح فخط ر ح قطر مزدوج مع موازٍ لخط ا ب
خط ا ب وذلك ما اردنا ان نبين فلنسمى النقطة التى هى وسط القطر
المجانب من القطع الزايد والقطع الناقص مركز ذلك القطع ولنسمى الخطوط
التى تخرج من ذلك النقطة الى خط القطع الخطوط الخارجة من المركز الى

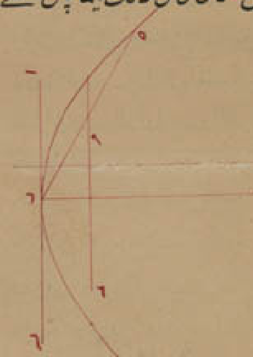
القطع

القطع ولنسمى ايضا النقطة التى هى وسط القطر المجانب للقطوع المتقابلة
مركز تلك القطوع ولنسمى القطر المزدوج الذى يخرج من ذلك المركز موازيا
لخطوط الترتيب فيما بين القطعين ويقطعه المركز بنصفين ويكون مناسبا
يز للقطر المجانب والخط فيما بينهما قطرا ثانيا يز كل قطع صنوبرى يخرج من رأسه
خط موازٍ لخط الترتيب فانه يقع خارجا من القطع فليكن قطع صنوبرى وقطره

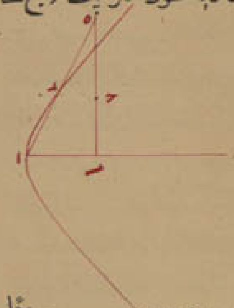


ا ب فاقول ان الخط الذى يخرج
من رأسه اعنى من نقطة ا يقع خارجا
من القطع فان امكن فليقع داخلا
فى القطع بمنزلة ا ح فلانا تعلمنا
فى قطع هذه الصنوبرة نقطة ح كيف
ما وقعت يكون الخط الذى يخرج
منها على الترتيب داخلا فى القطع
الذى هو قطر القطع وينقطع بالا
لقطر بنصفين فخط ا ح اذا اخرج على استقامة قطعه خط ا ب بنصفين و
ذلك ما لا يمكن لان خط ح ا اذا اخرج وقع خارجا من القطع كما بينا فى
الشكل العاشر فبين انه ليس يقع الخط الذى يخرج من نقطة ا موازيا
لخطوط الترتيب فى داخل القطع ولكنه يقع خارجا منه و لذلك يكون مماسا
يح للقطع وذلك ما اردنا ان نبين يح كل خط يماس قطع المخروط ويكون اذا
اخرج فى كلتى الجهتين يقع على خط القطع فليكن قطع صنوبرى وخط
يماسه عليه ا ر ب يكون اذا اخرج فى كلتى الجهتين وقع خارجا من القطع
ونتعلم نقطة د ونخرج منها خطا موازيا لخط ا ب عليه د ه فاقول ان د ه
اذا اخرج على استقامة فى كلتى الجهتين وقع على القطع فلنعلم نقطة
على القطع عليها ه ونصل ه د ولان خط ا ب موازٍ لخط د ه وخط ه د يقع على

خط اب يكون خط هد اذا اخرج فاقعا على د فان كان ذلك فيما بين نقطتي
هد فبين انه يقع على القطع وان كان
ذلك خارجا عن نقطة ه فانه ولا
يقع على القطع اذ كان هد اذا اخرج
على استقامته الى ناحية ه وقع على
القطع وكذلك يتبين انه اذا اخرج
فيما يلي د وقع على القطع ايضا من الجهة
الاخرى بعد فتبين ان خط هد اذا اخرج
في كلتي الجهتين وقع على القطع ولذلك



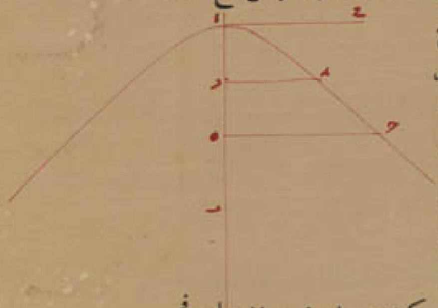
هد اذا صير موازيا لخط اب الذي قد قطع القطع فانه يلقى القطع من الجهتين
ونبين ذلك بمثل هذا البرهان يط كل قطع صنوبري فان الخط الذي يط
يخرج من قطره من اي المواضع كان منه موازيا لخطوط الترتيب فانه يقع على
القطع فليكن قطع مخروط قطره اب و
نعلم نقطة ما على القطر عليها ب و
نخرج من نقطة ب خطا على الترتيب عليه
ب ج فاقول ان خط ب ج اذا اخرج وقع
على القطع فلنعلم نقطة على القطع عليها
د ونقطة ا هي على القطع فالخط الذي
من نقطة ا الى نقطة د يقع داخل



القطع ولان الخط الذي يخرج من نقطة ا موازيا لخطوط الترتيب يقع خارجا
من القطع ويقع عليه خط اد وخط ب ج مواز للخط الذي يخرج من نقطة ا فخط
ب ج ايضا يقع على خط اد فان كان ذلك فيما بين نقطتي اد فبين انه يقع
على القطع وان كان يقع خارجا من نقطة د على مثل نقطة ه فانه ولا يقع على

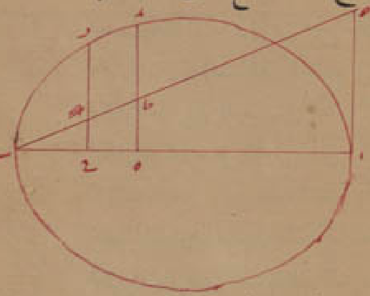
القطع

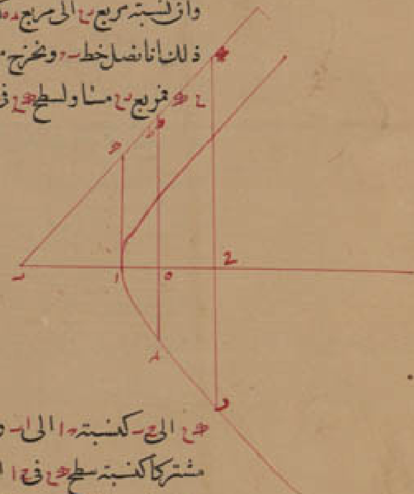
القطع فتبين ان الخط الذي يخرج من نقطة ب موازيا لخطوط الترتيب يقع على
ك القطع ويكون من خطوط الترتيب وذلك ما اردنا ان نبين ك كل خطين
يخرجان من اي موضع كان من القطع الصنوبري الذي يسمى المكافي الى القطر
على الترتيب فان نسبة مربع احدهما الى مربع الاخر كنسبة قطعتي القطر اللتين
قطعهما الخطان مما يلي راس القطع احدهما الى الاخرى فليكن قطع مكافي



وقطره اب ونتعلم عليه نقطتي ه و ونخرج
منهما خطين على الترتيب الى القطر
الذي هو خط اب عليهما ه ز و د فاقول
ان نسبة مربع ه ز الى مربع و د كنسبة
خط ز ا الى خط اد فليكن الخط الذي
يسمى القائم في هذا القطع خط اح فتربيع
ه ز مساو لسطح ز ا في اح وتربيع و د مساو
لسطح ز ا في اح فنسبة مربع ه ز الى مربع و د كنسبة سطح ز ا في اح الى سطح اد في
اح ونسبة سطح ز ا في اح الى سطح اد في اح كنسبة ز ا الى اد فنسبة مربع ه ز
كا مربع و د كنسبة ز ا الى اد وذلك ما اردنا ان نبين كا الخطوط التي تخرج
على الترتيب الى قطر القطع الزائد والناقص والدائرة فان نسبة مربعاتها
اما الى السطوح التي تكون من ضرب قطع القطر الذي يقع عليها تلك الخطوط
في الخطوط التي من تلك المواضع الى ما يلي منتهى الضلع المجانب لذلك الشكل
وكنسبة ضلع ذلك الشكل الذي يقال له القائم الى القطر المجانب
اما نسبة مربعات خط الترتيب بعضها الى بعض وكنسبة السطوح
التي تكون من ضرب تلك الخطوط التي ذكرنا في الخطوط التي تكون من تلك
المواضع الى ما يلي منتهى ضلع المجانب فليكن قطع زائد وناقص ودائرة
والقطر خط اب وليكن الخط الذي يسمى القائم خط اح ونخرج خطي ه د ز ح عليه

القطر على الترتيب فاقول ان نسبة مربع بز الى سطح اح في حـ كنسبة اه الى ـ
وان نسبة مربع بز الى مربع ده كنسبة سطح اح في حـ الى سطح اه في ـ وبرهان
ذلك انا نصل خط ـ ونخرج من نقطتي بز خطين موازيين لخط اه عليهما ط
ح فمربع بز مثل سطح ح في ا ومربع ده مثل سطح ده في ا ولان نسبة





حـ الى ـ كنسبة اه الى ـ ونسبة حـ الى ح اذا نحن صيرنا اح ارتفاعا
مشتركا كنسبة سطح حـ في اح الى سطح ـ في اح فيكون نسبة اه الى كنسبة
سطح حـ في اح الذي هو مثل مربع بز الى سطح ـ في اح وكذلك يكون نسبة
مربع ده الى سطح ـ في اه كنسبة اه الى ـ فنسبة مربع بز الى سطح ـ في ا
كنسبة مربع ده الى ـ في اه واذا بدلنا كانت نسبة سطح ـ في اه الى سطح
ـ في اه كنسبة مربع بز الى مربع ده وذلك ما اردنا ان نبين وبمثل هذا
البرهان نبين فيما يستقبل ان حكم سائر اقطار القطعين مثل هذا
الحكم كب كل خط مستقيم يقطع القطع المكافي او الزايد على موضعين ولا كب
يقع على القطر فان ذلك الخط اذا اخرج على استقامته اتصل بقطر ذلك
الشكل اذا اخرج على استقامته خارجا من القطع فليكن قطع مكافي او
زايد قطره ا ـ وليقطع ذلك القطع خط على نقطتي حـ فاقول ان خط حـ اذا
اخرج على استقامته لقي قطر الشكل الذي هو ا اذا اخرج خارجا من القطع

ونخرج من نقطتي ده خطي ده على الترتيب وليكن القطع اولا القطع المكافي
فلان في القطع المكافي نسبة مربع ده الى مربع د كنسبة اه الى ا ـ وخط اه
اطول من خط ا ـ يكون لذلك مربع ده اعظم من مربع د ـ ولذلك ايضا يكون
خط ده اعظم من خط د ـ وموازيا له

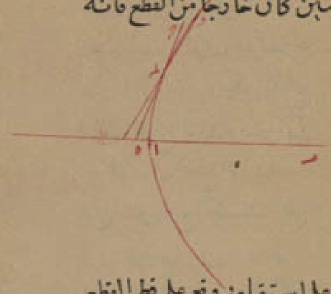


فخط ده اذا اخرج على استقامته
وقع على خط ا ـ الذي هو قطر الشكل
خارجا من القطع وليكن القطع
ايضا القطع الزايد وقطره المجانب
ا د فلان في القطع الزايد نسبة
مربع ده الى مربع د كنسبة سطح ده
في اه الى سطح د ـ في ا ـ وسطح ده
في اه اعظم من سطح د ـ في ا ـ يكون مربع ده اعظم من مربع د ـ وموازيا له فخط
ده اذا اخرج على استقامته لقي قطر القطع خارجا من القطع وذلك ما اردنا
ان نبين كج كل خط يقطع القطع الناقص فيكون فيما بين قطريه المزدوجين كج
فانه اذا اخرج على استقامته اتصل بكل القطعين فليكن قطع ناقص وقطراه
خطا ا ـ ح ولكن خط ده يقطع القطع فيما بين قطريه الذين هما ا ـ ح فاقول
ان خط ده اذا اخرج اتصل
بكل واحد من خطي ا ـ ح بحيث يكون خارجا



من القطع فلنخرج من نقطتي
ده على الترتيب الى خط ا ـ
خطي ده ط والى خط ح خطي ده
ط فنسبة مربع ده الى مربع د ط كنسبة سطح ـ ح الى سطح ا ط في ط ا ولنسبة
مربع د ل الى مربع ده كنسبة سطح د ل في ل ا الى سطح د ا في ح ولكن مربع ح اعظم

من مربع ه ح فخط ح ه اعظم من خط د ط وخط د ل اعظم من خط ه ه وخط ح ه موازٍ
لخط د ط وخط د ل موازٍ لخط ه ه فخط ه د اذن اذا اخرج على استقامته اتصل
بكل واحد من قطري ا ب ه ح خارجًا من القطع وذلك ما اردنا ان نبين كد كد
كل خط مستقيم يقع على القطع المكافي والزايد على نقطة واحدة ويكون
اذا اخرج على استقامته الى كلتي الجهتين كان خارجًا من القطع فانه



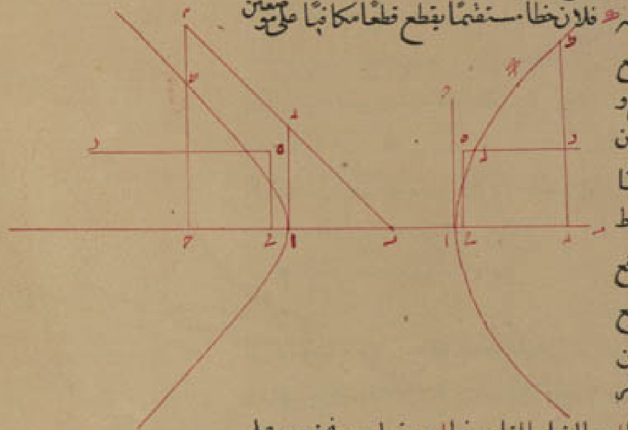
يقع على القطر فليكن قطع مكافي
او زايد وقطره ا ب وليقع عليه
خط ه د على نقطة د واذا اخرج على
استقامته الى كلتي الجهتين يقع
خارجًا من القطع فاقول انه يقع
على قطر ا ب ونتعلم على القطع نقطة
ما عليها ه ونصل ه د فخط ه د اذا اخرج على استقامته وقع على قطر القطع
خارجًا من القطع فليقع على نقطة ا وخط ه د فيما بين القطع وخط د ا فخط ه د
اذا اخرج وقع على القطر خارجًا من القطع وذلك ما اردنا ان نبين كه كه
كل خط يقع على القطع الناقص فيما بين القطرين المزدوجين واذا اخرج
على استقامته وقع خارجًا من القطع فانه يتصل بكل واحد من القطرين خارجًا



من القطع فليكن قطع ناقص
وقطراه خطا ا ب ح د وليقع عليه
خط ما فيما بين القطرين عليه
ه د ويماسه على نقطة ه وليكن
الخط اذا اخرج على استقامته
في كلتي الجهتين وقع خارجًا
من القطع فاقول ان خط ه د يتصل بكلي خطي ا ب ح د خارجًا من القطع فلنخرج

منه

من نقطة ه الى خطي ا ب ح د خطين على الترتيب عليهما ه ط ه ح فلان ه ح موازٍ لخط خط
ا ب وقد وقع خط ح د على خط ه ح فبين انه يقع ايضًا على خط ا ب وكذلك ايضًا
نبين ان خط ه د يقع على خط ح د وذلك ما اردنا ان نبين كو كل خط مستقيم كو
يخرج في سطح قطع مكافي وقطع زايد ويكون موازيًا للقطر فذلك القطع على
موضع واحد فقط فليكن اولا قطع مكافي وقطره ا ب والخط القائم خط ا ح
ونخرج ه د موازيًا لخط ا ب فاقول ان خط ه د اذا اخرج وقع على القطع ونخرج
خط ه ح موازيًا لخطوط الترتيب وليكن د ا في ا ح اعظم من مربع ه ح ونخرج
خط ط ك موازيًا على الترتيب فمربع ط ك مساوٍ للسطح ك ا في ا ح ولكن سطح د ا في
ا ح اعظم من مربع ه ح فخط ط ك اعظم من خط ه ح وهما متوازيان فخط ه د اذا اخرج
على استقامته قطع خط ط ك ولذلك يقع على القطع فليقع على القطع على نقطة
ل فاقول انه يقع على موضع واحد فقط وهو نقطة ل فان امكن اكثر من ذلك
فليقع ايضًا على نقطة ه فلان خطا مستقيمًا يقطع قطعًا مكافيًا على موضعين



يكون اذا اخرج وقع
على قطره ذلك القطع و
ذلك ما لا يمكن لان
خط ه د كان موازيًا
للقطر فاذا اخرج خط
ه د على استقامته وقع
على القطع على موضع
واحد فقط وليكن
القطع الزايد والقطر
المجانب للشكل خط ا ب والضلع القائم خط ا ه ونصل ه ب ونخرجه على
استقامته ونخرج من نقطة ح موازيًا لخط ا ه فلان سطح ح ا في ا اعظم خطا عليه م

من سطح دا في اب ومربع بط مثنا ولسطح بز في ا د وسطح دا في اب اعظم من مربع
ح ه يكون مربع بط اعظم من مربع بز ولذلك يكون خط دا اعظم من خط بز وعلى
ما تبين في القطع المكافي فتبين ان خط دا اذا اخرج قطع خط دل وقطع
القطع على نقطة واحدة وهي ل وذلك ما اردنا ان نبين كن كل خط يقطع
قطر القطع المكافي فانه اذا اخرج الى كلتي الجهتين يقع على القطع فليكن قطع
مكافي قطره خط اب ويقطعه خط ما داخل من القطع عليه ح د فاقول ان خط ح
اذا اخرج الى كلتي الجهتين يقع على القطع فلنخرج خط من نقطة ا موازيا لخطوط
الترتيب عليه اه فيقع خارجا من القطع فخط ح د اما يكون موازيا لخط اه واما
ان يكون غير مواز فان كان موازيا له فقد خرج على الترتيب واذا اخرج
الى كلتي الجهتين يقع على القطع وان كان غير مواز لخط اه فانه اذا اخرج ليقع
على نقطة ما ويجعلها نقطة ه فتبين انه يقع على القطع في الناحية التي يلي نقطة ه
لانه اذا كان يلقى خط اه فسيقطع قبل ذلك القطع واقول ايضا انه اذا اخرج



الى الناحية الاخرى يقع على القطع فليكن الخط القائم خط ام ونخرج
ح د على الترتيب وليكن مربع اه مثنا وبالسطح دا في ار ونخرج ... على الترتيب
فيقع على خط ... على نقطة ح فلان سطح دا في اب مثنا وبالمربع اه يكون نسبة اب
الى اه كنسبة دا الى ار فان كان خطا اب ... ه متقدين وقد نقص منهما قدر ان

على نقطة ه ونخرج من نقطة ح خطين موازيين لخطي ... عليهما ... ونسطح
... في ... مثنا ولسطح ... كما تبين في الشكل الذي قبل هذا وقد كان
... فيه مثل ... في ... ه
سطح ... الذي هو مثل
... في ... مثنا ولسطح ... في
وذلك ما لا يمكن وذلك
لان خط ... الطول من خط
... وخط ... الطول من خط اه
فخط ... يقع على القطع فليقع
على نقطة م واقول انه لا يقع
على غيرها فان امكن فليقع
ايضا على نقطة د ونخرج
خطين متوازيين لخط اه من نقطتي ... د عليهما ... ونسطح ... في ... مثنا و
لسطح ... في ... وذلك ما لا يمكن فليس يقع على القطع على سوى تلك
النقطة وذلك ما اردنا ان نبين يد الخطان اللذان لا يقعان على
القطع وخط القطع اذا اخرجت فانهما كلما بعدت من الزاوية التي يحيط
بها الخطان قرب الخطان من القطع وان فرض مقدار ما فيوجد بعد ما
اخر منهما بين القطع وكل واحد من الخطين اقل منه فليكن قطع زايد والخطان
اللذان لا يقعان عليه خطا ... والبعد المفروض قدر ... فاقول ان
خطي ... وخط القطع اذا اخرجا قربا منه حتى يكون بعد ما بينهما وبينه
اقل من قدر ... فنخرج خطوطا متوازية عليها ... ونفصل ... ونخرجه
الى نقطة ... فلان سطح ... في ... مثنا ولسطح ... في ... كما تبين في الشكل
العاشر يكون نسبة ... الى ... كنسبة ... الى ... ولكن ... الطول من ...

لانه اطول من ب د فخط ط ا اطول من خط ع وكذلك ايضا نتبين انها يكون
فيما يتلوا اصغر وياخذ بعدًا اصغر من بعد ه وهو بعد ا ل ونخرج من

نقطة ل خطا موازيا لخط ا ه عليه ل د فيقع على القطع كما تبين في الشكل
الذي قبل هذا فليقع على نقطة د ونخرج على نقطة د خطا موازيا لخط ه عليه
م د ب فخط م د مسا ولخط ه ل ولذلك يكون م د اقل من ه و ونتبين من ذلك
ان خطي ا ب ا ه اقرب الى القطع من جميع الخطوط التي لا يقع على القطع وان زاوية
ب ا ه اصغر من زوايا كل خطين يخرجان من مخرجهما مما لا يمكن ان يقع على
القطع وذلك ما اردنا ان نبين يه القطوع المتقابلة فان الخطين اللذين
لا يقعان على قطع منها متصلين بالخطين اللذين لا يقعان على القطع المقابل
له على استقامة فليكن قطوع متقابلة قطرها ا ب ومركزها نقطة ج فاقول
ان الخطوط التي لا يقع على قطعي ا ب مشتركة لهما ومتصلة على استقامة فيخرج
على نقطتي ا ب خطين مماسين للقطوع عليهما د ا ه ر ب ح فهما متوازيان لانهما
موازيان لخطوط الترتيب ويكون مربع كل واحد من خطوط د ا ا ه ر ب ب ح مسا

لمربع

لربع السطح المضاف الى خط ا ب الذي عرضه الضلع القائم فخطوط د ا ا ه ر ب ب ح
متساوية ونصل ح د ه ر د ج ح ج فبين ان خط د ج متصل بخط ج ح على استقامة
وخط ه ج بخط ج ر من اجل الموازاة وقطع ا ب زائد وقطره ا ب وخط ه ا مماسه
وكل واحد من ه ا ا د يقوى على ربع السطح المضاف الى خط ا ب الذي عرضه
الضلع القائم فخطا ه ج ج د لا يقعان على القطع ومن اجل ذلك يكون خطا ح ج ج ر
لا يقعان على قطع ب فالخطوط التي لا يقع على القطوع المتقابلة متصلة
متصلة على استقامة وذلك ما اردنا ان نبين يو كل خط يقطع الخطين

المحيطين بالزاوية التي تلي واحدًا من الخطوط التي لا يقع على القطعين المتقابلين
على نقطة واحدة فقط ويكون اقسامه التي فيما بين الخطوط التي لا يقع على
القطوع والقطوع متساوية فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب ومركزهما
نقطة ج والخطوط التي لا يقع عليهما خطا د ج ه ج ونخرج خطا ما يقطع كلي خطي
د ج ج ه عليه ط ح فاقول انه اذا اخرج على استقامة وقع على كل واحد
من القطعين المتقابلين على نقطة واحدة فقط فلان خطي ج د ج ه لا يقعان
على قطع ا و اخرج خط ط ح يقطع الخطين المحيطين بالزاوية التي تلي زاويته ا

الخطين الذين لا يقعان على الخط التي هي زاوية د د يكون هط اذا اخرج
وكذلك ايضا يقع على قطع ب على استقامة تقع على قطع ا فليقع على نقطتي ل م ونخرج من نقطة ح خطا

موازيا لخط ل م عليه ا ب فسطح ح ل في ل ط مساو لمربع ا ح وسطح ط م في م ح
مساو لمربع ح ب وكذلك يكون ح ل في ل ط مساو لسطح ط م في م ح ويكون خط
ل ط مساو لخط ح م وذلك ما اردنا ان نبين بز القطوع المتقابلة
المزدوجة فان الخطوط التي لا يقع عليها متصلة مشتركة لها فلنخرج خطوطا
مماسة للقطوع يجوز على نقط ا ب د عليها د ا ح ح د ط ط ه ه د فيكون سطح ب
ا ه متوازي الاضلاع ونصل د ط ا ح فتبين انهما خطان مستقيمان
وقطران للشكل المتوازي الاضلاع وينقسم بنقطة ه فلان الشكل المضاف
الى خط ا ب الذي عرضه الضلع القائم مساو لمربع د ه وخط ه ه مساو لخط
ه د لان كل واحد من سطح د ا في ا ح وح ب في ب ط ربع الشكل المضاف
الى خط ا ب الذي عرضه الضلع القائم فخط ه ط ه ح لا يقعان على قطعي ح د
الخطوط التي لا يقع على القطوع المتقابلة المزدوجة هي متصلة مشتركة لها
وذلك ما اردنا ان نبين

يج كل خط يقطع قطعا واحدا من القطوع المتقابلة المزدوجة واذا
اخرج على استقامة في كلتي الناحيتين وقع خارجا من القطع فانه يقع
على كل واحد من القطعين اللذين يتلوان ذلك القطع على نقطة واحدة
فليكن قطوع مزدوجة متقابلة عليها ا ب ج د وليقع خط ما عليها قطع ح عليه
ه د ويكون اذا اخرج على استقامة وقع خارجا من القطع فاقول انه
يقع على كل واحد من قطعي ا ب على نقطة واحدة فليكن خطوط لا يقع
على القطوع عليها [illegible] وخط ه د يقع على كل واحد من خطي [illegible] فتبين انه
يقع ايضا على كل واحد من قطعي ا ب على نقطة واحدة فقط كما تبين في

في الشكل السادس عشر من هذه المقالة وذلك انا اردنا ان نبين ط
كل خط يماس قطعا واحدا من القطوع المتقابلة المزدوجة ايتها كان فانه
يقع على القطعين اللذين يتلوان ذلك القطع وذلك الخط ينقسم بنصفين
على موضع التماس فليكن قطوع مزدوجة متقابلة عليها ا ب ج د ويكون

خط ه ز يماس قطع ب فاقول انه اذا اخرج وقع على خطي ا ج فقد تبين
في الشكل الذي قبله انه يقع على نقطتي ح ط فاقول ان ح ه مساو لخط ه ط

فلنخرج

فلنخرج الخطوط التي لا تقع على القطوع وهي خطوط ط ه ل ز خط ح ز مساو
لخط ز ط كما تبين في الشكل السادس عشر من هذه المقالة وخط ه ح مساو
لخط ه ط كما تبين في الشكل الثالث من هذه وكل ح ز مساو لكل ز ط وذلك
انا اردنا ان نبين ان كل خط يماس قطعا واحدا من القطوع المتقابلة المزدوجة التي
ويخرج من مركز ذلك الشكل خطان مستقيمان احدهما يقع على موضع التماس
والاخر يوازي الخط المماس فيقع على القطعين اللذين يتلوان ذلك القطع
فان الخط الذي يخرج من موضع وقوع ذلك الخط على القطع مماسا للقطع
يكون موازيا للخط الذي خرج من المركز الى موضع التماس والخطوط التي
خرجت من المركز الى موضع التماس هي اقطار مزدوجة للقطع المتقابلة
المزدوجة فليكن قطوع مزدوجة متقابلة واقطارها المزدوجة خطا ا ب ج د
والمركز نقطة ح ونخرج خط ه ز يماس قطع ا واذا اخرج على استقامته وقع
على ح ط على نقطة ه ر ونصل ح ز ونخرجه الى نقطة ه ر ونخرج من نقطة ح خطا موازيا
لخط ه ر عليه ح ل ومن نقطة ز خطا مماسا للقطع عليه ط ز فاقول ان خط
ط ز مواز لخط ح ر وان خطي ح ه ر قطران مزدوجان ونخرج ه ن ل على الترتيب
ونخرج ر ق د موازيا للخطوط الترتيب ويكون الخطان القائمان لقطعي ا ح
هما خطا ا م ح د فلان نسبة ا ب الى ا م كنسبة ح د الى ح ه ونسبة ب ا الى ا م كنسبة
سطح ح ق في ق ه الى مربع ه ح كما تبين في الشكل السابع والثلاثين من
المقالة الاولى لنسبة ح ر الى ه كنسبة مربع ح ل في ل ط كما تبين في الشكل
والثلاثين من المقالة الاولى فنسبة سطح ح ق في ق ه الى مربع ه ح كنسبة
مربع ح ل الى سطح ح ل في ل ط ولكن نسبة سطح ح ق في ق ه الى مربع ه ح مركبة
من نسبة ح ط الى ه ح ومن نسبة ه ح الى ه ح ونسبة مربع ح ل الى سطح ح ل في ل ط
مركبة من نسبة ح ل الى ل ح ومن نسبة ح ل الى ل ط فالنسبة المركبة من ح ه الى ه ح
ومن ه ح الى ه هي النسبة المركبة من نسبة ح ل الى ل ح ومن نسبة ح ل الى ل ط

ولنسبة ه ط الى ح ه هي لنسبة ط ا الى ل ز لان خطوط ط ا ل ز ز ح بموازية لخطوط
م ط ا ه د وكل واحد من ذلك لنظيره فيبقى لنسبة ه ز الى ح ه كنسبة ز ل
الى ل ط ومحيط بزاويتين وهما اللذان عند ا ه ن الاضلاع متناسبة
ومثلث ه ح ح شبيه بمثلث ز ل ط والزوايا التي يوترها الاضلاع
المتناسبة وهي متساوية فزاوية م ح مساوية لزاوية ل ز ط وكل

زاوية ه ح ز مساوية لزاوية ل ز ح وهما متبادلتان فيبقى زاوية ه ح ز
متساوية لزاوية ط ز ح المتبادلتين فخط ه ح مواز لخط ز ط وايضا
فانا نجعل لنسبة ف ح الى ه د كنسبة ط ح الى مثل نصف الخط القائم
لقطر ح ز كما تبين في الشكل الخمسين من المقالة الاولى و ح ز هو
قطر لقطعي ه ح ولان قطر قطعي ا ب ا الثاني هو خط ه د وخط ه ر يقع عليه
يكون سطح س ح في ه ح مساويا المربع ه ح لانا ان اخرجنا من نقطة ه خطا موازيا

لخط

لخط ه ح يكون السطح الذي يكون من ضرب خط س ح في الخط الذي بين مسقط
الخط الموازي ونقطة ح مساويا لمربع ه ح كما تبين في الشكل الثامن و
الثلثين من المقالة الاولى ومن اجل ذلك يكون لنسبة س ح الى ه ح كنسبة
مربع س ح الى مربع ح ه ولكن لنسبة س ح الى ه ح كنسبة س ر الى ه الذي هو
مثل لنسبة مثلث س ح ر الى مثلث ه ح ح ولنسبة مربع س ح الى مربع ح ه كنسبة
مثلث ح ر الى مثلث ح ه ف لتشابه المثلثين وهي ايضا كنسبة الى مثلث
ط ح ح لانه قد تبين في الشكل الثالث والاربعين من المقالة الاولى ان
مثلثي ح ه ف ط ح ح ابدا متساويان فنسبة مثلث س ح ر الى مثلث ه ح ح
كنسبة مثلث س ر ح الى مثلث ز ح ط فمثلث ز ط ح مساو لمثلث ح ه د و
زاوية ط ز ح مثل زاوية ح ه د لان خط ز ط مواز لخط ه ح وخط ز ح لخط ه د فلذلك
ح ط ز ه د متكافئي الاضلاع فسطح ط ز في ز ح مثل سطح ح ه في ه د ولنسبة
د ا لح ح كنسبة ف ح الى ح ف ولنسبة ح ف الى ح ف كنسبة ه ح الى ه د لان
المثلثين متوازي الاضلاع فنسبة خط د ا الى ط ح كنسبة ح ه الى ه د
واذا نحن صيرنا ح ح ارتفاعا مشتركا كانت لنسبة خط د ا الى ط ح كنسبة
سطح ح ه في ه د الى ف ح الى السطح ح ح في ط ح ولنسبة ه ح الى ه د كنسبة
مربع ح ه الى السطح ف ه د ولنسبة ح ه الى ه د كنسبة مربع ح ه الى السطح ح ه في ه د
واذا بدلنا كانت لنسبة سطح د ف ح ح الى مربع ح ه كنسبة سطح ط ح في ح ح
الى السطح ه د في ح ح ولكن سطح ط ح في ح ح قد تبينا انه مساو لسطح د ه في فطح
ف ح مثل مربع ح ه وسطح د ف ح ح ربع السطح المضاف الى خط ح ح الذي
عرضه ضعف خط لان خط ح ح مثل نصف ح ح وخط د هو نصف الخط
القائم لقطر ح ح ومربع ح ه ربع مربع س ه لان ح ه مساو لخط س ه فربع س ه مساو
السطح الذي يضاف الى خط ح ح ويكون عرضه ضعف د وكذلك ايضا
نتبين ان خط ح ح يقوى على سطح المضاف الى خط ه س الذي عرضه الضلع

القائم لقطر ه م بخطاه م و ح ح قطران مزدوجان لقطوع ا ب د المتقابلة
وذلك ما اردنا ان نبين كا واذا كان ما ذكرنا هكذا فانا نبين ان
الخطوط التي تخرج من اطراف الاقطار المزدوجة اذا كانت مماسة
للقطوع فانها تلتقي على الخطوط التي لا تماس القطوع فليكن قطوع
متقابلة مزدوجة وقطراها المزدوجان ا ب ج د ونخرج خطين مماسين
عليهما ا ه د فاقول ان نقطة ه على الخط الذي لا يقع على القطع فلان مربع

ح ح مثل ربع السطح المضاف الى خط ا ب الذي عرضه الخط القائم ومربع ح ح
مثل مربع ا ه فمربع ا ه مثل ربع السطح المضاف الى خط ا ب فيفصل ج ح فيكون
خط ح ح غير واقع على قطع ا وكذلك نبين انه لا يقع على قطع د فنقطة ه
على الخط الذي لا يقع على القطوع وذلك ما اردنا ان نبين كب كل
خط يخرج من مركز القطوع المتقابلة المزدوجة الى اي قطع منها كان ونخرج

خط

خط موازله يقع على واحد من القطوع التي تتلوا ذلك القطع وعلى الخطين
اللذين لا يقعان على القطع فان السطح الذي يكون من ضرب قسمي الخط
المخرج الذين يقعان فيما بين القطع والخطوط التي لا يقع على القطع احدهما
في الآخر مثل مربع نصف القطر وليكن قطوع متقابلة مزدوجة عليها
ا ب د ه والخطوط التي لا تقع على القطوع ح ه د ح ح ط ونخرج من مركز ح خط ح د
ح د ونخرج خطا موازيا له يقطع القطع الذي يتلوه والخطين اللذين لا

يقعان على القطع عليه ه ط فاقول ان سطح ه د في ه ط مثل مربع ح د فيقطع
خط ح ل بنصفين على نقطة م ونصل ح م ونخرجه على استقامة فخط ا ر قطر
لقطعي ا ب ولان الخط المماس الذي يجوز على نقطة ا مواز لخط ه ط لانه مواز
لخط ح د كما تبين في الشكل العشرين من هذه المقالة يكون خط ه ط يخرج
على ا ب على الترتيب والمركز نقطة ح فخطا ا ح ح د قطران مزدوجان ومربع

مسا ولربع السطح المضاف الى خط ا ب الذى عرضه الضلع القائم ولكن سطح
ط ه في ح ه مسا ولربع السطح المضاف الى خط ا ب الذى عرضه الخط القائم
كما تبين في الشكل العاشر من هذه المقالة فسطح ط ه في ح ه مسا ولمربع ح ج
وذلك ما اردنا ان نبين كج كل خط يخرج من مركز القطوع المتقابله
المزدوجة الى اى قطع كان منها يخرج خط موازله يقع على القطوع الثلثه
التى تتلوا ذلك القطع فان السطح الذى يكون من ضرب قسمى الخط المخرج

اللذين فيما بين القطوع الثلثه احدهما في الاخر ضعف مربع نصف القطر
فليكن قطوع متقابله مزدوجة عليها ا ب ج د ومركز القطوع نقطه ع ونخرج من
نقطه ع خطا يقع على قطع واحد من القطوع المزدوجة عليه ح ونخرج خطا
موازيا لخط ع ح يقطع القطوع الثلثه التى تتلوا ذلك القطع عليه ه ل فاقول
ان سطح ه م في م ل مثلا مربع ع ح فنخرج خطين لا يقعان على القطوع عليهما
ه ع ح ط مربع ع ح مسا ولكل واحد من سطحى ط م في م ه وط ه في ح ه كما تبين في

الشكل

الشكل الذى قبل هذا وفى الشكل الحادى عشر من هذه المقالة ولكن سطح
ط م في م ه مع سطح ط ه في ح ه مسا ولسطح ل م في م ه من اجل ان الطرفين متساويان
التى هى ه ح و ح ل فسطح ل م في م ه ضعف مربع ع ح وذلك ما اردنا ان نبين
كد كل خطين في قطع مكافى يقع كل واحد منهما على القطع في موضعين
ولا يقع احدهما في قطعه الاخر فان الخطين اذا اخرجا التقيا خارجا من القطع
فليكن قطع مكافى عليه ا ب ج د ويقع فيه خطان عليهما ا ب ج د ولا يقع
احدهما في قطعة الاخر فاقول
انهما اذا اخرجا على استقامة
التقيا خارجا من القطع ونخرج
على نقطتى ب ج قطرين للقطع عليهما
ه ب د ج ط فهما متوازيان وكل
واحد منهما يقطع القطع على
موضع واحد فقط كما تبين
في الشكل السادس والاربعين
من المقالة الاولى ونصل ب ج فزاويتا ه ب ج د ج ب معا مساويتان لزاويتين
قائمتين وخطا د ج ا ب اذا اخرجا احاطا باقل من زاويتين قائمتين فهما
يلتقيان خارجا من القطع وذلك ما اردنا ان نبين كه كل خطين في
قطع زائد يقع كل واحد منهما على القطع في موضعين ولا يقع احدهما
في قطعه الاخر فان الخطين اذا اخرجا التقيا خارجا من القطع وداخل
الزاوية التى تحيط بالقطع الذى يحيط بها الخطان اللذان لا يقعان على
القطع فليكن الخطان اللذان لا يقعان على القطع ا ب ا د وليقع القطع خطان
عليهما ه ح ط اذا اخرجا على استقامة التقيا خارجا من القطع وداخلا
من زاوية د ا ب فنصل ا د ا ط ونخرجهما على استقامة فتبين ان كل واحد

منهما يقطع القطع في موضع واحد فقط كما تبين في الشكل السابع و
الاربعين من المقالة
الاولى ونصل ب ط خطا
ه ح ط اذا اخرجا قطعا
زاويتي ا ط ا ط د اللتين
هما اصغر من زاويتين
قائمتين فيكون الخطان
اذا اخرجا التقيا خارجا
من القطع وداخلا من
زاوية ب ا د وكذلك ايضا نبين انه لو كان خطا د و ط مماسين للقطع
لكان ذلك على ما ذكرنا وذلك ما اردنا ان نبين كو كل خطين في
قطع ناقص او في قوس دائرة يقطع احدهما الاخر على غير المركز فانه لا يقطع كل
واحد منهما الاخر بنصفين فان امكن ذلك فليكن في القطع الناقص او في قوس
الدائرة خطان عليهما ه د ه د
يقطع احدهما الاخر بنصفين
على نقطة ه ولا يجوز ان على
المركز وليكن مركز القطع نقطة
ا ونصل ه ا ونخرجه الى نقطتي
ا ب فلان قطر ا ب يقطع بنصفين
فان الخط الذي يخرج مماسا
للقطع على نقطة ا يكون موازيا لخط د د كما تبين في الشكل السادس وكذلك يكون
في د د فيكون لذلك خط د د موازيا لخط د د وذلك مما لا يمكن فليس يقطع خطا
د د د د كل واحد منهما صاحبه بنصفين وذلك ما اردنا ان نبين كز كل

خطين

خطين يماسان القطع الناقص او قوس الدائرة فان الخط الذي يتصل
ما بين نقطتي التماس ان كان يجوز على مركز القطع فان الخطين متوازيان
وان لم يجز على المركز فان الخطين يلتقيان من الناحية التي على المركز
فليكن قطع ناقص او دائرة عليه ا ب وخطان مماسان له عليهما

د ا د ه ب د ونصل ا ب وليكن مره اولا على المركز فاقول ان خط د د موازٍ
لخط د د فلان خط ا ب قطر القطع وخط د د يماسه على نقطة ا يكون خط د د موازيا
للخطوط التي تخرج الى خط ا ب على الترتيب ومن اجل ذلك يكون ايضا خط
ب د موازٍ لتلك الخطوط فخط د د موازٍ لخط د د ثم لا يجوز ا ب على المركز على
مثل ما في الشكل الثاني ونخرج خط ا ط قطرا للقطع ونخرج خطا مماسا
على نقطة ا عليه ه ط فخط ه ط موازٍ لخط د د فيكون كذلك خط د ا اذا اخرج
على استقامة وقع على خط د د من الناحية التي تلي موضع المركز حيث خط
ا د وذلك ما اردنا ان نبين كح كل قطع مخروط او قوس دائرة يكون
فيه خطان متوازيان ويجوز عليهما خط يقطع كل واحد منهما بنصفين

فان ذلك الخط قطر لذلك الشكل فليكن قطعًا مخروطًا ومنه خطان متوازيان
وهما ا ب د ه يقطعهما خط ه د
بنصفين ويخرج خط ه د على
استقامة فاقول انه قطر لذلك
القطع فان لم يكن كذلك
فليكن القطر خط ح ط فالخط
المماس للقطع الذي يجوز على
نقطة ح هو مواز لخط ب د وخط ح ط قطر فخط د ط مساو لخط ط ه وذلك مما
لا يمكن لان خط د ه كان مساويا لخط ه ه فليس خط ح ط بقطر وهكذا يتبين
انه ولا خط اخر غيره فخط ه د اذا اخرج قطر للقطع وذلك ما اردنا ان
نبين كط كل خطين يماسان قطع مخروط او قوس دائرة فيخرجان حتى
يلتقي طرفاهما ثم يخرج من موضع التقائهما خط يقطع الخط الذي
وصل ما بين موضعي التماس
بنصفين فان ذلك الخط
المخرج هو قطر لذلك القطع
فليكن قطع مخروط او قوس
دائرة وخطان يماسان له
عليهما ب ا ا ج يلتقيان على نقطة ا
ويصل ب ج ويقطعه بنصفين
على نقطة د ثم يصل ا د فاقول
انه قطر للقطع فان لم يكن كذلك فليكن القطر خط د ه ويصل ج ه فيقطع
القطع فليقطعه على نقطة ر ويخرج من نقطة ر خطا موازيا لخط ب ج عليه
ر ح ع فلان د ه مثل ب د وخط ب ح مواز لخط ر ع يكون خط ر ط مساويا لخط

طع فلان الخط المماس الذي يجوز على نقطة ه مواز لخط ب ج وخط ر ع
مواز لخط ب ج يكون خط ر ع موازيا للخط المماس الذي يجوز على نقطة ه فخط
ر ط مماس لخط ط ع كما تبين في الشكل السادس والاربعين وفي السابع
والاربعين وذلك مما لا يمكن فليس خط د ه قطر للقطع وكذلك ايضا
نبين انه ولا خط اخر سوى ا د وذلك ما اردنا ان نبين ل كل خطين
يماسان قطع مخروط او قوس دائرة ويلتقيان فانه اذا اخرج من موضع
التقائهما قطر لذلك القطع قطع
الخط الذي يصل ما بين موضعي
التماس بنصفين فليكن قطع مخروط
او قوس دائرة عليه ب ج ويخرج
خطين مماسين له عليهما ب ا ا ج
يلتقيان على نقطة ا ويصل ب ج
ويخرج من نقطة ا قطر للقطع
عليه ا د فاقول ان خط ب د مساو لخط د ج فان لم يكن كذلك فليكن
خط ب ه مساويا لخط ه ج ويصل ا ه فخط ا ه قطر للقطع وخط ا د ايضا قطر وذلك
مما لا يمكن لانه ان كان القطع القطع الناقص فان نقطة ا التي عليها يلتقي
القطران يكون المركز خارج من الشكل وذلك مما لا يمكن وان كان
القطع القطع المكافئ كان القطران يلتقيان وان كان القطع الزائد فان
خطي ب ا ا ج المماسين للقطع يقعان على المركز وذلك مما لا يمكن فليس خط ب د
مساويا لخط د ج وذلك ما اردنا ان نبين لا كل خطين يماسان القطعتين
المتقابلتين فان الخط الذي يصل ما بين نقطتي التماس ان كان يجوز على
المركز فان الخطين المماسين متوازيان وان لم يجز على المركز فانهما اذا
اخرجا التقيا في الجهة الخط الذي يصل ما بين نقطتي التماس الذي على المركز

فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب وليكن د ا ه ح مماسين لهما على نقطتي
ا ب وليكن الخط الذي يصل ما بين ا د ب يجوز اولا على المركز فاقول ان خط
د ه هو مواز لخط ه ر فلان القطعين المتقابلين وقطرهما ا ب وخط ه د مماس
احدهما على نقطة ا يكون الخط الذي يجوز على نقطة ب موازيا لخط ه د مماسا
للقطع لان خطوط ترتيب كل واحد من القطعين موازية لخطوط ا ثم لا يكون

ترتيب القطع الاخر وخط ه د
ايضا مماس القطع فيكون
خط ه د موازيا لخط ه ر

الخط الذي يخرج من ا الى ب يجوز على المركز ويخرج قطر القطعين من نقطة ا
عليه ا ح ويخرج خط ط ه مماسا للقطع فخط ح ط مواز لخط ه د ولان خطي
ط ه ه د مماسان للقطع الزايد فهما يلتقيان كما تبين في الشكل الحادي
والعشرين وخط ط ه مواز لخط د ر فخطا ه د اذا اخرج التقيا وتبين مع
ذلك انه يلقاه مما يلي ناحية المركز وذلك ما اردنا ان نبين ك ب الخطوط

التي تخرج في كل واحد من القطوع المتقابلة اذا كانت تقع عليها اما مماسة
لها على نقطة واحدة واما تقطع كل واحدة منها على نقطتين ويكون اذا
اخرجت على استقامة يلتقي فان التقاءهما فيما بين الخطين اللذين
يحيطان بالزاوية التي تتلو الزاوية المحيطة بالقطع فليكن قطوع متقابلة
ويكون خطا ا ب ه د اما مماسين لهما على نقطتين واما ان يقطعا بهما على
نقطتين نقطتين ويكون اذا اخرجا التقت فاقول ان التقاءهما يكون
بين خطي الزاوية التي تلي الزاوية المحيطة بالقطع فليكن خطان لا يقعان

على القطوع عليهما ب ط ه ح فخط ه د اذا اخرج وقع على الخطين اللذين لا
يقعان على القطع كما تبين في الشكل الثامن من هذه المقالة فليقع على
نقطتي ط ح ولان خطي ط ح وضعا يلتقيان تبين ان ذلك يكون اما
داخلا من خطي ب ا وبه ط ر واما ان يلتقيا داخلا من خطي ب ا وبه ح ل
وكذلك ايضا تبين ان كانا مماسين وذلك ما اردنا ان نبين ب ح
كل خط يقع على احدى القطعين المتقابلين ويخرج الى كلتي الناحيتين
فيقع خارجا من القطع فانه لا يقع على القطع الاخر ولكنه يقع في ثلاثة

مواضع احدهما فيما بين الخطين اللذين لا يقعان على القطعين
المحيطين بالزاوية التي يحيط بالقطع ا الواحد والآخرين فيما بين
خطي الزاويتين اللتين يليان تلك الزاوية فليكن قطعان متقابلان
عليهما ا ب ويقطع خط د ه قطع ا ويخرج في كلتي الجهتين خارجا من القطع
فاقول ان خط د ه لا يقع على قطع ب برهان ذلك ان يخرج خطين لا يقعان
على القطع وهما خطا ه ر ط خط د اذا اخرج وقع على الخطين اللذين لا
يقعان على القطع كما تبين في الشكل الثامن من هذه المقالة فليقع

عليهما على نقطتي ه ر وليس يقع على سواهما من الخطين المستقيمين فلا
يقع على قطع ب وتبين انه يقع في الثلثة المواضع اعني في المواضع الذي
بين خطي ط ه و ه ر و في الموضع الذي بين خطي ه ر و ح و في الموضع الذي بين
خطي ه ح و ح لان كل خط يقع في كل واحد من القطعين المتقابلين لا يمكن
ان يقع في احدهما على موضعين لانه ان وقع في احدهما على موضعين لم
يقع في القطع الآخر على مثل ما قدمنا من المثال و ذلك ما اردنا ان نبين

لد كل خط يماس احد القطعين المتقابلين ويخرج في القطع الآخر خط
موازٍ له فان الخط الذي يخرج من موضع التماس الى وسط الخط الموازي
له هو قطر للقطعين المتقابلين فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب وليكن
خط ج د مماسا لقطع ا
على نقطة ا ويخرج في
القطع الآخر خط موازٍ
لخط ج د عليه ه ر ويقطعه
بنصفين على نقطة
ح ونصل ا ح فاقول
ان ا ح قطر للقطعين
المتقابلين فان لم يكن
كذلك فليكن خط ا ط هو القطر فالخط الذي يماس القطع ويجوز على
نقطة ط المماس هو موازٍ لخط ه ر فخط ه و مساوٍ لخط كما تبين في الشكل الرابع
والاربعين من المقالة الاولى وذلك ما لا يمكن لانه قد كان ه ح مثل
لخط ح ر فليس خط ا ط قطرا للقطعين المتقابلين وليكن ا ب وذلك ما اردنا ان
نبين له كل خط يكون في احد القطعين المتقابلين ويقطعه القطر الحج
بنصفين فان الخط
الذي من موضع منتهى
طرف القطر مماس
للقطع الآخر يكون موازيا
لذلك الخط المقسوم
بنصفين فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب وقطرهما ا ب واذا اخرج
قطع خط ه د في داخل قطع ب بنصفين على نقطة ه فاقول ان الخط المماس

نقطة ط خط موازٍ لخط ه د
ولكن خط ه د موازٍ لخط ه د
فالخط الذي يجوز على م

لقطع الذى يخرج على موضع منتهى القطر يكون موازيا لخط د ر فان لم
يكن ذلك كذلك فليكن الخط الموازى لخط المماس خط د ر فيكون ب ح مساويا
لخط ح ر وخط ه ر مساو لخط ه ح فخط د ر مواز لخط ب ح وذلك مما لا يمكن لانهما
يلتقيان اذا اخرجا كما تبين فى الشكل الثانى والعشرين من المقالة الاولى
فليس خط د ر بمواز للخط المماس لقطع آ ولا خط اخر سوى خط د ر وذلك مما
اردنا ان نبين ~~ لى~~ الخطوط التى تخرج فى كل واحد من القطعين المتقابلين
ويكون موازية بعضها لبعض فان الخط الذى يصل بين اوساطها هو القطر
المخرج لتلك القطوع فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب ونخرج فيهما
خطى ح د متوازيين ويقطع
كل واحد منهما بنصفين
على نقطتى ح ط ونصل ح ط فاقول
ان خط ح ط قطر للقطعين المتقابلين
وان لم يكن كذلك فليكن القطر
خط ح ه فالخط المماس التى
يخرج على نقطة ه يكون موازيا
لخط د ر كما تبين فى الشكل
السابع والاربعين من المقالة الاولى وذلك مما لا يمكن لان خط ه ط
مساو لخط ط ر فليس خط ح ه بقطر للقطعين المتقابلين ولكن خط ح ط وذلك
مما اردنا ان نبين ل ز كل خط يقطع القطعين المتقابلين ولا يجوز
على المركز فان الخط الذى يخرج من موضع وسط ذلك الخط الى المركز يقال
له قطر القطعين المتقابلين المستقيم والخط المجانب المزاوج يقال له
هو الخط الذى يخرج من المركز موازيا للخط الذى يخرج من المركز موازيا
للخط الذى قطع القطعين وانقسم بنصفين فليكن قطعان متقابلان

الخامس والثلاثين من هذه المقالة وهو ايضا مواز لخط د ر فخط ه ر مساو لخط ه ح كما تبين فى الشكل

عليهما ا ب يقطعهما خط مما لا يجوز على المركز عليه د ر ويقطعه بنصفين
على نقطة ه وليكن مركز القطعين
نقطة ح ونصل ح ه ونخرج على
نقطة ا خطا موازيا لخط د ر عليه
ا ب فاقول ان خطى ا ب ح ه قطران
مزدوجان للقطعين المتقابلين
فصل ا ح ونخرجه الى نقطة ب ونخرج
ب ر فخط ا ح مساو لخط ح ب كما تبين
فى الشكل الثلاثين من المقالة
الاولى و د ه مساو لخط ه ر فخط ا ح
مواز لخط د ر ونخرج ب ا الى نقطة
ح فلان خط ب ح مساو لخط ب د يكون خط ح ب مساويا لخط د ح و ح ح لخط
د ح فالخط المماس الذى يجوز على نقطة ا مواز لخط د ر ولخط ح ب كما تبين
فى الشكل الخامس والثلاثين من هذه المقالة فخطا ح ا قطران مزدوجان
للقطعين المتقابلين وذلك مما اردنا ان نبين ل ح كل خطين يماسان
القطعين المتقابلين واذا اخرجا على استقامة التقيا فان الخط الذى
يخرج من موضع التقائهما الى وسط الخط الذى يصل بين نقطتى التماس
يقال له القطر القائم للقطعين المتقابلين والقطر المجانب المزاوج
له هو الخط الذى يخرج على المركز موازيا للخط الذى يصل فيما بين
نقطتى التماس فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب وخطان يماسان
لهما عليهما ح ح د ونصل ح د ونقطعه بنصفين على نقطة ه ونصل
فاقول ان خط ه ح قطر يقال له القائم والقطر المجانب المزاوج له هو
الخط الذى يجوز على المركز ويكون موازيا لخط ح د فان لم يكن ه ح هو القطر

فليكن القطر ا ن ممكن ذلك خط هـ د ونعلم عليه نقطة ىنا وهي نقطة د ونفصل
خط د كان متصلا بخط ح
على استقامة ا ولم يكن كذلك
ونصل ح د فيقع خط ح د على القطع
فليقع على نقطة ا ونخرج من نقطة
ا خطا موازيا لخط ح د عليه ا ب فلان
خط قطر يقطع خط ب ن بنصفين على
نقطه م فهو يقطع ايضا جميع
الخطوط الموازية له بنصفين
فخط ا ن مسا ولخط ن ب ولان
خط م مسا ولخط م د وهما في
مثلث ح ر د يكون خط ا ن
مساويا لخط ن هـ يكون مساويا لخط هـ ب وذلك ما لا يمكن فليس خط د قطر
وقد تبين ان خط ا ب يلقى قطره اذا اخرج على استقامة من اجل ان القطر
الذي يجوز على المركز ويكون موازيا لخط د يكون مزدوجا مع قطره و
يكون خط الترتيب الذي يخرج اليه من نقطة د يوازي د وذلك
ما اردنا ان نبين لط كل خطين مماسين القطعين المتقابلين واذا
اخرجا على استقامة التقيا فان الخط الذي يخرج من المركز الى موضع
التقائهما وينفذ على استقامة يقطع الخط الذي يصل ما بين نقطتي
التماس بنصفين فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب ونخرج خطين
مماسين لقطعي ا ب عليهما د هـ ونصل ح د ونخرج قطره د فاقول ان خط
ح د مساو لخط د ر فان لم يكن ذلك كذلك فنقسم د ر بنصفين على نقطة
ونصل ح نخط ح قطر ولكن خط د ابضا قطر فنقطة مركز فالتقى الخطين

يكون على مركز القطعين وذلك ما لا يمكن لانه قد تبين ان كل خط
يخرج من المركز الى القطع فهو
قطر وليس مماس فليس خط و ب
بغيرهما ولخط ر ولكنه مسا
له وذلك ما اردنا ان نبين
مـ كل خطين مماسان القطعين
المتقابلين واذا اخرجا على استقامة
التقيا واذا اخرج على موضع
التقائهما خط مواز للخط الذي
يصل بين نقطتي التماس يقع
على كل واحد من القطعين فان
الخطوط التي يخرج من موضع وقوع هذا الخط على كل واحد من القطعين
الى وسط الخط الذي يصل بين نقطتي التماس هي ايضا مماسة للقطعين
فليكن قطعان متقابلان عليهما
ا ب ونخرج خطين مماسين
لقطعي ا ب عليهما د هـ ونصل د
ونخرج خطا موازيا لخط د يجوز
على نقطة هـ عليه ر ح ونقسم
د بنصفين على نقطة ط ونصل
ر ط ح فاقول ان ر ط ط ح مماسان
القطعين برهانه انا نصل هـ ط
فخط هـ ط هو القطر القائم للقطعين والقطر المزاوج له الذي يقال له
الجانب هو الخط الذي يخرج على المركز موازيا لخط د فليكن المركز نقطة

فليكن المركز نقطة ح ونخرج خطا على المركز موازيا لخط ه د

ونخرج خطا على المركز موازيا لخط ه د عليه ا ح ب فخطا ه ا ب قطران مزدوجان
وقد خرج خط ه ط على الترتيب الى القطر الثانى ونخرج خط ه ه مماسا للقطع
ووقع على القطر الثانى فسطح م ح فى ح ط مساو لمربع نصف القطر الثانى
كما تبين فى الشكل الثامن والثلاثين من المقالة الاولى الذى هو
ربع السطح المضاف الى خط ا ب الذى عرضه الضلع القائم ولان خط ه خرج
على الترتيب ونخرج خط ه ط من اجل ذلك يكون خط ه ط مماسا القطع
كما تبين فى الشكل الثامن والثلاثين من المقالة الاولى وعلى مثل ذلك
يكون خط ح ط مماسا القطع ب فخطا ه ط ح مماسان قطعى ا ب وذلك ما
اردنا ان نبين م ا كل خطين يقطع احدهما الاخر فى القطعين المتقابلين
ولا يمران على المركز فانه ليس يقطع كل واحد صاحبه بنصفين فليكن قطعان
متقابلان عليهما ا ب وفيهما خطان يقطع احدهما الاخر ولا يجوزان
على المركز وهما خطا ه ا د فاقول
انه ليس يقطع كل واحد منهما
صاحبه بنصفين فان امكن
ذلك فليقطع كل واحد منهما
صاحبه بنصفين وليكن مركز
القطعين نقطة ح ونصل ح ع
قطرا مستقيما ونخرج على نقطة ح
خطا موازيا لخط ه د عليه ح د
فخط ح د قطر مزاوج لقطر ح ع والخط
الذى يخرج على نقطة د ويكون مماسا
للقطع هو مواز لخط ح ه وعلى مثل ذلك ايضا اذا نحن اخرجنا ط ه موازيا لخط
ا د كان الخط الذى يماس القطع ويجوز على نقطة ط موازيا لخط م ح فالخط

المماس للقطع الذى يجوز على نقطة ب هو مواز للخط المماس الذى يجوز
على نقطة د وذلك ما لا يمكن لانه قد تبين فى الشكل الخامس والعشرين
من هذه المقالة انهما يلتقيان فليس يتقاطع خطا ب ا على نصف
اذ لم يخرج على المركز وذلك ما اردنا ان نبين م ب كل خطين يقطع احدهما
الاخر فى القطوع المتقابلة المزدوجة ولا يمران على المركز فانه ليس يقطع
كل واحد منهما صاحبه بنصفين فليكن قطوع متقابلة مزدوجة عليها

ا ب ج د وبين قطوع ا ب ج د خطان يقطع احدهما الاخر على نقطة ه ولا يجوزان
على مركز الشكل وهما خطا ه ب ح ط فاقول انه ليس يقطع كل واحد منهما
الاخر بنصفين فان امكن فليقطع كل واحد منهما الاخر بنصفين وليكن مركز القطوع نقطة ح ونخرج خطا موازيا لخط ه د
عليه ا ب واخر موازيا لخط ح ط عليه ه د ونصل ه ح ح فخطا ه ح ا ب قطران مزدوجان
كما تبين فى الشكل السابع والثلاثين من هذه المقالة وكذلك ايضا خطا

ز ح ح و قطران مزدوجان فالخط المماس الذى يجوز على نقطة ا اذن
مواز للخط المماس الذى يجوز على نقطة د لانهما متوازيان لقطر ح ز كما تبين
فى الشكل العشرين من هذه المقاله وذلك ما لا يمكن لانهما يلتقيان
من اجل ان الخط المماس الذى يجوز على نقطه د يقطع قطعى ا ب والمماس الذى
يجوز على نقطة ا يقطع قطعى ح د كما تبين فى الشكل التاسع عشر من هذه المقاله
وهو بين التقائهما كما بين فى الشكل الحادى عشر من هذه المقاله فليس
يقطع كل واحد من خطى د ه ط الاخر بنصفين اذ ليس يجوزان على المركز وذلك
ما اردنا ان نبين مح كل خط يقطع احد القطوع الثلثه المتقابله المزدوجه
على نقطتين ثم يقسم بنصفين ويخرج من المركز خطان احدهما الى وسطه و
الاخر موازيا له فان الخطين قطران مزدوجان للقطوع المتقابله المزدوجه

فليكن قطوع متقابله مزدوجه عليها ا ب ح د وليقطع قطع ا خط ما على نقطتين
وهما نقطتا ه ر ونقسم ه ر بنصفين على نقطة ح ونجعل المركز نقطة ح ونصل
ح ح ونخرج خطا موازيا لخط ه ر عليه ح ر فاقول ان خطى ا ح ح ر قطران مزدوجان

فلان قطر ا ح يقطع خط ه ر بنصفين يكون الخط المماس الذى يجوز على نقطة ا
موازيا لخط ه ر كما تبين فى الشكل الخامس والثلاثين من هذه المقاله وذلك
ايضا يكون موازيا لخط ح ر فلان هذه القطوع متقابله مزدوجه واخرج
من احدهما من نقطة ا خط مماس للقطع واخرج من مركز ح خطان احدهما
الى موضع التماس وهو خط ح ا والخط الاخر موازيا للمماس وهو خط ح ر
يكون خطا ا ح ح ر قطرين مزدوجين كما تبين فى الشكل العشرين من هذه
المقاله وذلك ما اردنا ان نبين مد كيف نجد قطرا اى قطع مخروط
اردنا فليكن قطع المخروط ا ب ح د ونريد ان نجد قطره فلنكن قطره ح ط واذا
اخرج خطا ه ر د ط على الترتيب
وانفذا كان خط ه ر مثل
لخط ر ب وخط ه ط مثل لخط
ط ا فاذا نحن جعلنا خطى ا ب
متوازيين كانت نقطتا
ط ر معلومتين فيكون خط
ط ر د معلوما وهو القطر
ذلك ما اردنا ان نبين مه ونركب ذلك هكذا نجعل القطع المفروض
عليه ا ب ح د ونخرج خطى ه ر
ا ب متوازيين ونقطعهما
بنصفين على نقطتى ر ط و
نصل ر ط فيكون خط ر ط د
قطرا للقطع كما تبين فى
الشكل الثامن والعشرين
من هذه المقاله وعلى هذا المثال نجد اقطارا لا نهاية لعددها وذلك

لما اردنا ان نبين مو كيف نجد مركز القطع الناقص او الزايد وهذا
بين لانا ان اخرجنا قطرين للقطع عليهما ا ب ج د كان هو موضع تقاطعهما
اعني المركز على مثل ما في الصورة
مز كيف نجد سهم اي قطع شئنا
اردنا فليكن القطع اولا القطع المكافي
عليه ب ج د ونريد ان نجد سهمه
فلنخرج اولا احد اقطاره وهو خط آ
فان كان خط ا ب هو سهم القطع
فقد وجدنا الذي اردنا فان لم يكن كذلك فليكن السهم خط ب ج فنعم
ج د موازيا لخط ا ب فيقطع خطوط
الترتيب بنصفين وعلى زوايا
قائمة لخطوط الترتيب التي
يقطع ج د على زوايا قائمة يقع
على ا ب ايضا على زوايا قائمة
لخط ج د يقطع الاعمدة التي
يخرج على ا ب بنصفين فان
وضعنا خط ج د عمودا على ا ب كان معلوما الوضع فيكون كذلك خط ج د
موازيا لخط ج د ونقطة د معلومة الوضع فقد جاز ج د على نقطة معلومة
موازيا لخط ا ب المعلوم الوضع فخط ج د معلوم الوضع وذلك ما اردنا
نبين مح وتركيب ذلك هكذا نجعل القطع المكافي الذي عليه د ط وقطره
ا ب ونخرج عليه عمود ب د ونقسمه الى نقطة ه فان كان خط ه ح موازيا
لخط ا ب فقد تبين ان ا ب سهم للقطع ان لم يكن كذلك فنقسم ب د بنصفين
على نقطة ه ونخرج من نقطة ه خطا موازيا لخط ا ب عليه ه ح فتبين ان خط ه ح سهم

للقطع

للقطع لانه موازٍ للقطع وهو يقطع خط ب د بنصفين على زوايا قائمة
فقد وجدنا سهم القطع المكافي
وهو خط ه ح ونبين ان القطع
المكافي ليس له الا سهم واحد
فقط لانه ان كان له اخر مثل
ا ب كان موازيا لخط ه ح فقطع
خط ب د بنصفين فيكون خط
ه د مساويا لخط ب د وذلك ما
لا يمكن مط كيف نجد سهم القطع الزايد والناقص فليكن قطع زايد
او ناقص عليه ا ب ج ونريد ان نجد سهمه فلنأخذ د هو ... وليكن مركز

القطع نقطة د ونخط د ه يقطع الخطوط المرتبة التي نخرج عليه بنصفين
وعلى زوايا قائمة فنخرج عمودا عليه ه ا ونفصل ه ز فلان خط ه ز مساويا
لخط ه ا وزاويتا ا د ز قائمتان يكون خط د ا مساويا لخط د ز فان
نحن صيرنا نقطة د معلومة كان خط د ه معلوما والدايرة التي مركزها

هد وبعدها هو بحوز على نقطة ا ويكون معلوم الوضع ويكون قطع اب معلوم
الوضع فنقطة ا معلومة ونقطة ب ايضا معلومة فيكون خط اب معلوم
الوضع ويكون خط بد مساويا لخط دا ونقطة د معلومة ويكون نقطة
ل معلومة لخط دل معلوم الوضع وفي هذه الصورة يكون تركيب ذلك
هكذا ونجعل القطع الزايد والناظر عليه اب ونستخرج مركزه وليكن
نقطة ل ونعلم على القطع نقطة ما عليها ح وعلى مركز ل وبعد هد ندير
دائرة عليها هدا ونصل دا ونقطعه بنصفين على نقطة د ونصل هد دا
وننفذ هد الى نقطة ب فلان خط اد مساو لخط دب وخط دل مشترك وخطا
بد دل مساويان لخطي اد دل وقاعدة بدا مساوية لقاعدة هد ونقطع خط
هد بخط اد بنصفين على زوايا قائمة بخط هد سهم ونخرج على نقطة ل
خطا موازيا لخط دا عليه بامد بخط بد سهم للقطع والمزاوج له خط رد
وذلك ما اردنا ان نبين ت واذ قد استبان ما ذكرنا فبين انه
لا يمكن ان يكون لهذه القطوع سهام سوى التي ذكرنا فان امكن ذلك
فليكن سهم اخر ايضا عليه فعلى مثل ما قد تقدم ذكره اذا نحن اخرجنا
خط امل عمودا على ح يكون خط اط مساويا لخط طل وخط ال مساو لخط هو
ل وهو ايضا مساو لخط هد فخط دل مساو لخط هد وذلك ما لا يمكن
لان الدائرة التي عليها اهد لا يمكن ان تقع على القطع على نقطة اخرى
فيما بين اب اما في القطع الزايد فان ذلك بين واما في القطع الناقص
فان امكن فلتقع على نقطة ل ويخرج عمودين عليهما ود لد فلان خط
هد مساو لخط هل لانهما خرجا من مركز الدائرة والقطع يكون مربع هح
مساويا لمربع هل ولكن مربعا دح مساو لمربع هد ومربعا دد ل
مساويان لمربع هل فمربعا دح مساويان لمربعي لد دهـ فتفاضل مربعي
ود لد كتفاضل مربعي هو هد وايضا لان سطح بذ في ذد مع مربع ذهـ

مساو لمربع حد وسطح بد في دا مع مربع دل ومابين مربع دل ومربعي حد
كفضل ما بين سطح بد في دا وسطح بد في دد وقد استبان ان فضل ما بين
مربعي دل ومربع هد كفضل ما بين مربع ذه ومربع لد فقد اد ما بين مربع حه
ومربع دل هو مثل ما بين سطح بذ في ذد وسطح بد في دد ولان خطي ود اد

على الترتيب يكون نسبة مربع ود الى سطح بد في دا كنسبة مربع لد الى سطح
بد في دا كما تبين في الشكل الحادي والعشرين من المقالة الاولى
فقد تبين ان التفاضل في كليهما متشابه ومربع وذ مساو لسطح بد في دا
ومربع لد مساو لسطح بد في دا لانه اذا كانت اربعة اقدار متناسبة
وكانت زيادة الاول منها على الثالث مثل زيادة الثاني على الرابع
فان الاول مثل الثاني والثالث مثل الرابع فخط دل ذاهو وذلك ما
لا يمكن لانه كان قطعا ناقصا وذلك ما اردنا ان نبين نا اذا كان
قطع مخروط معلوم ونقطة ليست في داخل القطع كيف نخرج من تلك
النقطة خطا يماس القطع ويقع عليه على نقطة واحدة فقط فليكن القطع

المعلوم اولاً القطع المكافى ولنستخرج سهمه كما تبين فى الشكل الثانى
والاربعين من هذه المقاله وهو خط ب د ونريد ان نخرج من النقطة
المعلومة التى ليست فى داخل القطع خطا مماسا على مثل ما ذكرنا فالنقطة
المعلومة لا يخلو من ان يكون اما على خط القطع واما خارجا منه واما

على السهم فليكن اولاً على خط القطع وهى نقطة ا وليكن خط ا ه عمودا
على سهم ب د ونخرج ا ه مماسا فيكون معلوم الوضع ويكون خط ب ه
مساويا لخط ب ح كما تبين فى الشكل الثالث والثلثين من المقالة الاولى
وخط ب ح معلوم الوضع فخط ب ا ايضا معلوم الوضع ونقطه ب معلومة
فنقطه ه معلومة ونقطه ا موضوعة فخط ا ه موضوع وبتركيب ذلك
هكذا نخرج من نقطه ا عمودا على ا د وليكن خط ب ه مساويا لخط ب ح ونصل
ا ه فيتبين انه مماس القطع وليكن ايضا النقطة المعلومة على السهم
وهى نقطة ه ونخرج خط ه ا مماسا ونخرج ا د عمود فخط ب ه مساو لخط ب د
ولكن ب ه معلوم فخط ب د معلوم ونقطة ب معلومة ونقطة د ايضا

معلومة

معلومة فخط ا د عمود على ب د فخط ا د معلوم الوضع ونقطة ا معلومة و
نقطة ه معلومة فخط ا ه معلوم الوضع ونتركب ذلك بان يجعل ه مثل ب د

ونقيم على نقطة د عمودا على ب د عليه د ا ونصل ا ه فيتبين لذلك ان خط
ا ه يماس القطع ويتبين ايضا انه انما تعلمت نقطة ه بمثل نقطه ب كان
العمود الذى يخرج من ب مماسا للقطع كما تبين فى الشكل السابع عشر
من المقالة الاولى ثم يجعل النقطة المعلومة نقطة ح وليست على السهم
ويجعل القطع والخط المماس خط ا ه ونخرج من نقطة ح خطا موازيا للسهم
الذى هو خط ب د عليه ح ط فخط ح ط معلوم الوضع ونخرج من نقطة ا
الى خط ح ط خط ا ط على الترتيب فيكون خط ح ي مساويا لخط ي ط ونقطة
ي معلومة الوضع فنقطة ط ايضا معلوم الوضع ونخرج ط ا على الترتيب

اعنى بذلك ان نخرج موازياً للخط المماس الذى يجوز على نقطة ح فخط د ا
معلوم الوضع ونقطة ا معلومة ونقطة د معلومة فخط ا د معلوم الوضع
وتركيب ذلك هكذا نخرج خطاً موازياً لخط د د يجوز على نقطة د عليه
د ر ونجعل ح مساوياً
لخط ب ونخرج خط د ا
موازياً للخط المماس الذى
يجوز على نقطة ح ونصل
ا د فتبين انه مماس للقطع
وذلك ما اردنا ان نبين
نب وليكن ايضاً قطع
زايد ونخرج سهمه كما بين فى الشكل التاسع والاربعين من هذه
المقاله وهو ب د ومركزه
ط والخطان اللذان لا يقعان
عليه خطا ط ه ط ر فالنقطة
المفروضة اما ان تكون على
خط القطع واما على السهم
واما داخل زاوية ه ط ر واما
فى الزاويتين اللتين تليانها واما على احد الخطين اللذين لا يقعان
على القطع المحيط بزاوية
اما فيما بين الخطوط التى
تحيط بالزاوية التى تقابل
زاوية د ط ه فليكن اولاً
على القطع كمثل نقطة ا

وليكن

وليكن خط مماس عليه ا ح ونخرج عموداً عليه ا ه وقطر الشكل الذى
يسمى المجانب ب د فيكون نسبة ه د الى ب ه كنسبة ه ح الى ب ح كما تبين فى الشكل
الرابع والثلثين من المقالة الاولى ولكن نسبة د ه الى ب ه معلومة لان
كل واحد منهما معلوم فنسبة ح ه الى ح ب ايضاً معلومة و ب ه معلوم فنقطة
ح معلومة ونقطة ا معلومة فخط ا ح معلوم الوضع وتركيب ذلك هكذا
نخرج من نقطة عموداً عليه ا ه
وليكن نسبة ح ه الى ح ب
كنسبة د ه الى ب ه ونصل ا ح
فتبين ان خط ا ح مماس
القطع ولكن ايضاً النقطة
المفروضة على السهم وهى
نقطة ح ونخرج ا ح مماساً
وخط ا د عموداً فيكون نسبة
د ح الى ح ب كنسبة د ه الى ب ه ولكن خط ب د مفروض فنقطة د معلومة
وخط د ا عمود على ب د فخط د ا
معلوم الوضع والقطع معلوم
الوضع فنقطة ا معلومة
ونقطة ح معلومة فخط ا ح
معلوم الوضع وتركيب
هكذا نثبت ما ذكرنا على
حاله ونجعل نسبة د ه الى
ب د كنسبة د ح الى ح ب ونخرج
د ا عموداً على ب د ونصل ا ح فتبين ان خط ا ح مماس للقطع الى الناحية

الاخرى ويثبت ما ذكرنا على حاله وليكن النقطة المفروضة داخل ذاوية
ه ا د على غير السهم وهي نقطة ل ونريد ان نخرج من نقطة ل خطا مماسا للقطع
فلنخرجه وهو خط ح ا ونفصل ح ا ونخرجه على استقامته ونجعل ا د مساويا
لخط ا ا فيجمع ما تقدم ذكره يكون معلوما وخط ل م معلوم الوضع ونخرج
ا م على الترتيب على خط ب م فيكون نسبة ب ح الى ح ل كنسبة د الى م ل و
لكن نسبة ح الى ح ل و
نسبة ب م الى ل ونقطة
ل معلومة فنقطة م معلومة
ونخرج ه ا على الترتيب
موازيا للخط المماس الذي
يجوز على نقطة ل فخط م ا
معلوم الوضع وخط
القطع معلوم فنقطة ا
معلومة ونقطة ل معلومة
فخط ا ل معلوم ويتركب
ذلك هكذا نثبت ما ذكرنا على حاله وليكن النقطة نقطة ل ونفصل ح ط و
نخرجه الى نقطة د ونجعل نسبة ب م الى ل كنسبة ب ح الى ح ل ونخرج خطا
موازيا للخط المماس للقطع الذي يجوز على نقطة ل عليه م ا ونفصل ح ا
فخط ح ا مماس للقطع فبين انه يخرج من نقطة خط اخر مماس للقطع فبين
انه يخرج من نقطة ل خط اخر مماس للقطع وذلك ما اردنا ان نبين نج
ونثبت الاشيا على حالها وليكن النقطة المعلومة على احد الخطين اللذين
لا يقعان على القطع المحيطين به وهي نقطة د ونريد ان نخرج من نقطة د
خطا مماسا للقطع فلنخرجه وهو خط د ا ونخرج خط ا د على نقطة ا موازيا

لخط ه ط فيكون خط د ط مساويا لخط ط د لان خط د ا مساو لخط ا ه كما بين في
الشكل الثالث من هذه
المقاله وليكن خط ط معلوم
ونقطة م معلومة وعلى نقطة
د المعلومة نخرج خطا موازيا
لخط ه ط المعلوم الوضع عليه د ا
فخط د ا معلوم الوضع والقطع
معلوم فنقطة ا معلومة و
نقطة د معلومة فخط د ا معلوم
ويتركب ذلك هكذا وليكن
القطع ا ب وخطا ه ط د الخطان اللذان لا يقعان على القطع وليكن النقطة
المعلومة على احد الخطين
المحيطين بالقطع اللذين
لا يقعان عليه وهي نقطة د
ونقطع د ط بنصفين على
نقطة ه ونخرج خطا على نقطة
د موازيا لخط ط ه عليه د ا و
نصل ا ه فلان خط د ه مساو
لخط ه ط يكون خط د ا مساويا
لخط ا ه فيكون من اجل ما تقدم ذكره خط د ا مماسا كما تبين في الشكل
التاسع من هذه المقالة وذلك ما اردنا ان نبين ند ونثبت ما
ذكره على حاله وليكن النقطة المعلومة في الموضع الذي يحيط به الزاوية
التي تتلوا الزاوية المحيطة بالقطع وهي نقطة ل ونريد ان نخرج من نقطة ل

خطا مماسا للقطع فليكن ذلك خط ه ا ونصل ه ا ونخرجه فيكون معلوم
الوضع فان نحن تعلمنا على القطع نقطة عليها ب واخرجنا منها خطا موازيا
لخط ه ا عليه ب ه يكون معلوم
الوضع فان نحن قسمناه
بنصفين على نقطة د ووصلنا
خط د ه واخرجنا كان
معلوم الوضع وكان قطرا
مزاوجا لخط ه ا ونجعل ط ح
مساويا لخط ط ه ونخرج
من نقطة ا خطا موازيا لخط ط
عليه ا ل فمن اجل ان ه ل
ب قطر من مزدوجين د
خط ه ا مماس وخط ا ل موازي لخط ب ع يكون سطح ه ط في ط ل مساويا للربع
السطح المضاف الى خط ب الذي عرضه الضلع القائم كما تبين من الشكل
الثامن والثلثين من المقالة الاولى فسطح ه ا في ط ل معلومة وخط ه ط
معلوم فخط ط ل معلوم القدر ومعلوم الوضع ونقطة ط معلومة فنقطة ل معلومة
ونحن على نقطة ل المعلومة خطا موازيا لخط د ب المعلوم الوضع عليه ل ا
فخط ل ا معلوم الوضع والقطع معلوم الوضع فنقطة ا معلومة الوضع
ونقطة ل ايضا معلومة الوضع فخط ا ل معلوم الوضع ويتركب ذلك هكذا
ثبت ما ذكرنا على حاله وليكن النقطة المعلومة نقطة ل في الموضع الذي
ذكرنا ونصل ه ا ونخرجه ونعلم على القطع نقطة عليها ب ونخرجه خطا
موازيا لخط ه ا ونقطع خط ب ه بنصفين على نقطة د ونصل د ه ونخرجه على
استقامة ونجعل خط ط ح مساويا لخط ط ه فخط ب هو قطر مجانب تراوح

ه ط ا وليكن سطح ه ط في ط ل مساويا للربع السطح المضاف الى خط ب الذي
عرضه الضلع القائم ونخرج من نقطة ل خطا موازيا لخط ب عليه ل ا ونصل
ه ا نبين ان خط ه ا يماس
القطع من اجل ما قد تبين في
الشكل الثامن والثلثين
من المقالة الاولى فان كان
النقطة المفروضة فيما بين
م ط ف فليس يمكن ان يخرج
منها خط مماس للقطع لان
الخط الذي يقع على القطع لا يماسه وذلك ان الخط المماس يقع على ط ح
كما تبين في الشكل الرابع والعشرين من المقالة الاولى ويقع على كل واحد
من خطي م ط ط ف فلا يمكن ذلك من اجل ما قد تقدم بيانه في الصورة الثانية
من المقالة الثانية وذلك ما اردنا ان نبين ثم ونثبت ما ذكرنا على
حاله فليكن القطع الناقص والنقطة المعلومة على خط القطع وهي نقطة
نريد ان يخرج من نقطة خطا
مماسا للقطع فنخرجه وليكن
خط ا ب ونخرجه من نقطة ا الى
سهم ب ح خط ا د على الترتيب
فيكون نقطة د معلومة ويكون
نسبة ه د الى د ب كنسبة ح ا الى
د ب كما تبين في الشكل الرابع
والثلثين من المقالة الاولى
وليكن نسبة ه د الى د ب معلومة فنسبة ح ا الى ب معلومة ونقطة

معلومة ونقطة ا ايضا معلومة فخط اب معلوم الوضع وتركيب ذلك ان نخرج
السهم وهو بد كما تبين
فى الشكل الخمسين من هذه
المقاله ونخرج اه ولتكن
نسبة جز الى زب كنسبة
به الى بز ونصل اح فيبين
ان اح يماس القطع كما تبين
فى الشكل الرابع والثلثين
من المقالة الاولى ولتكن
ايضا النقطة المعلومة نقطة ه ونريد ان نخرج منها خطا مماسا فلنخرجه
وهو خط ها ونخرج خط
ها الى مركز ط وننفذه
الى نقطة د فيكون معلوما
فاذا نحن اخرجنا خط اح على
الترتيب كانت نسبة ده
الى هل كنسبة ح الى بل
ولتكن نسبة هد الى هل
معلومة ونقطة م معلومة
فنسبة بـ الى هم معلومة ونخرج منه خطا على الترتيب موازيا للخط المماس الذى يجوز على
نقطة ل فخط م معلوم الوضع ونقطة ا معلومة ونقطة ل ايضا معلومة
فخط ها معلوم الوضع وتركيب ذلك يكون على مثل ما قد منا بيانه
نو نريد ان نبين كيف نخرج خطا مماسا لقطع صنوبرى اى قطع كان
يحدث مع سهم ذلك القطع زاوية مساوية لزاوية حادة مفروضة مما

يلى القطع فليكن قطع صنوبرى ونجعله اولا القطع المكافى وسهمه
اب ونريد ان نخرج خطا مماسا للقطع يحدث مع السهم زاوية مساوية
لزاوية حادة مفروضة مما يلى القطع فليكن ذلك وهو خط ده فزاويه
بهد مفروضة ونخرج عمود دب والزاوية التى عند نقطة ب معلومة فنسبة

دب الى به معلومة فنسبة دب الى با معلومة وزاوية ب معلومة فتكون
زاوية با د معلومة وهى على خط معلوم الوضع وهو خط با واذا تعلمت
نقطة وكان خط ط ا معلوم الوضع والقطع ايضا معلوم الوضع يكون
نقطة د معلوم الوضع وخط ده يماس بخط ده معلوم الوضع وتركيب
المسئلة هكذا نجعل القطع اولا المعلوم القطع المكافى وسهمه اب
والزاوية المفروضة الحادة زاوية مبن ونعلم نقطة على خط مه عليها ه
ونخرج عمود هن ونقطع خط بن بنصفين على نقطة ط ونصل طه ونقيم
زاوية باه مساوية لخط اه ونصل ده فخط ده يماس القطع كما تبين فى
الشكل الثالث والثلثين من المقالة الاولى واقول ان زاوية دهب
مساوية لزاوية مبن فلان نسبة من الى نط كنسبة ده الى ها ونسبة
طن الى نه كنسبة هد الى ب ويكون نسبة من الى ه كنسبة ده الى ب

لزاوية ماه ونخرج عمود دب
ويكون خط با مساويا م

والزاويتين اللتين عند نقطتي ح ي قائمتين فزاوية د مساوية لزاوية ه
وذلك ما اردنا ان نبين ن ح وليكن القطع القطع الزايد والخط
المماس خط اه ومركز القطع نقطة ح ونصل ح ي ونخرج عمود ده فنسبة
سطح ه د في د الى مربع ده معلومة لانها كنسبة المجانب الى القائم كما
تبين في الشكل السابع والثلثين من المقالة الاولى ونسبة مربع
ده الى مربع د ا ايضا معلومة
لان كل واحدة من زاويتي
ده د ح د معلومة فنسبة
سطح ه د في د الى مربع ده
معلومة فيكون لذلك نسبة
د الى د معلومة ونسبة
ده الى ح معلومة والزاوية
التي عند نقطة د معلومة
فالزاوية التي عند نقطة
معلومة فالزاوية التي عند
نقطة ي ايضا معلومة فعند خط معلوم الوضع وهو خط ده ونقطة
معلومة الوضع وهي نقطة ي خرج خط ح ي على زاوية معلومة فيكون خط
ح ي معلوم الوضع والقطع ايضا معلوم الوضع فنقطة ح معلومة الوضع
واخرج خط ح ه مماسا لخط ه معلوم الوضع ونخرج الخط الذي لا يقع
على القطع وهو خط ي فخط ه اذا اخرج وقع على الخط الذي لا يقع على
القطع فليقع عليه على نقطة ه فزاوية ه ا اعظم من زاوية ده فنحتاج
في عملنا هذا الى ان يكون الزاوية المفروضة الحادة اعظم من نصف الزاوية
التي يحيط بها الخطان اللذان لا يقعان على القطع وتركيب هذه المسئله

هكذا

هكذا خ نجعل القطع الزايد الذي سهمه اب والخط الذي لا يقع عليه
خط ده والزاوية الحادة المفروضة التي هي اعظم من زاوية اده زاوية ح ط
وليكن زاوية ح ط ل مساوية لزاوية اده ونخرج من نقطة ا عمودا على

خط اب عليه اه ونعلم نقطة على خط ط ل وهي نقطة ح ونخرج منها عمودا
الى ط ل عليه ح م فلان زاوية د ا ه مساوية لزاوية ط ل ح والزاويتان
اللتان عند نقطتي ا م قائمتان يكون نسبة ه ا الى ا د كنسبة ح م الى م ل
ولكن نسبة ط م الى م ل اعظم من نسبته الى ح م ونسبة ه ا الى ا د اعظم
من نسبة ط م الى ح م ولذلك يكون نسبة مربع ه ا الى مربع ا د اعظم
من نسبة مربع ط م الى مربع ح م ولكن نسبة مربع ه ا الى مربع ا د كنسبة
المجانب الى القائم كما تبين في الشكل الثالث من هذه المقالة فنسبة
المجانب الى القائم اعظم من نسبة مربع ط م الى مربع ح م فان نحن جعلنا
نسبة مربع ه ا الى مربع ا د كنسبة سطح ا ه الى مربع ح م كان ذلك السطح
اعظم من مربع ط م فليكن مساويا لسطح ح م في ط ح ونصل ح فلان مربع

مه اعظم من سطح مه فى هط فنسبة مه الى مربع حى اعظم من نسبة
سطح مه فى هط الى مربع حى التى هى مثل نسبة مربع ا الى مربع ا فان نحن
جعلنا نسبة مربع ا الى مربع حى كنسبة مربع ا الى مربع خط اخر كان
ذلك المربع اصغر من ا واذا فصل من ا مثل ضلع ذلك المربع فان
الخط الذى يخرج من نقطة ك الى النقطة التى انفصل عليها بجنبى المثلثا
متشابهة ومن اجل ذلك يكون زاوية ده ا اعظم من زاوية حى ل ولكن مربع
زاوية ا ح مساوية لزاوية ل فخط ح يقطع القطع كما تبين فى الشكل
الثانى من هذه المقاله فليقطعه على نقطة ح ويخرج من نقطة ح خطا مماسا
للقطع عليه ح ويخرج عمود ح ه فمثلث ح ه شبيه بمثلث ل ح فنسبة
مربع ح الى مربع ح كنسبة مربع اط الى مربع حى ونسبة الجانب الى
القائم كنسبة سطح ح فى د الى مربع ح كما تبين فى الشكل السابع
والثلثين من المقالة الاولى وكنسبة سطح مه فى هط الى مربع حى
وعلى تبديل النسبة يكون نسبة مربع ح الى سطح ح فى د كنسبة مربع
مه الى سطح مه فى هط فنسبة ح الى د كنسبة ط الى هط وكانت نسبة
الى ح كنسبة ط الى ح فيكون نسبة ح الى د كنسبة ط الى هط
والزاويتان اللتان عند نقطتى ه ل قائمتان فالزاوية التى عند
نقطة ح مساوية لزاوية ط وذلك ما اردنا ان نبين ط ولكن
القطع القطع الناقص وسهمه ا ب ومركزه ح ونريد ان نخرج خطا مماسا
للقطع يحدث مع السهم زاوية مساوية لزاوية حادة مفروضة مما
يلى القطع فليكن ذلك وهو خط ا ح فزاوية ح ا مفروضة ويخرج عمود
ح ه فنسبة مربع ه الى مربع ح معلومة ونفصل ح ولنسبة مربع ح
سطح د فى ح معلومة لانها هى نسبة الضلع القائم الى الجانب كما تبين
فى الشكل السابع والثلثين من المقاله الاولى فنسبة مربع ح ه الى سطح

فى ح معلومة فنسبة ح الى ح معلومة ونسبة ح الى ح معلومة وكذلك
نسبة ه الى ح معلومة والزاوية التى عند نقطة ه قائمة معلومة

فزاوية ح هى معلومة وهى على خط معلوم الوضع وعلى نقطة معلومة
منه فنقطة ح معلومة ومن نقطة ح التى هى معلومة خرج خط مماس للقطع
عليه فخط ح معلوم الوضع وتركيب هذه المسئلة هكذا يجعل
القطع الناقص الذى سهمه ا ب والزاوية الحادة المفروضة زاوية
ده ط ونعلم على خط ح نقطة ح ونخرج عمود د ط ونجعل نسبة القائم الى
الجانب كنسبة مربع ط الى سطح د ط فى ط ل ونفصل ح ومركز القطع
نقطة ح ونقيم زاوية عليها ا ل مساوية لزاوية ح ويخرج خطا مماسا
للقطع عليه ح فاقول ان ح هو الخط المماس الذى يحدث الزاوية
التى اردنا وان زاوية ح مساوية لزاوية ط فلان نسبة ح الى
كنسبة ط الى ط ولنسبة مربع ح الى مربع ح كنسبة مربع ط الى مربع
ط ولنسبة مربع ح الى سطح ح فى ح كنسبة مربع ط الى سطح ط فى ط
لان كل واحدة من هاتين النسبتين هى كنسبة القائم الى الجانب
فنسبة ح الى ح كنسبة ط الى ط فنسبة ح الى ح كنسبة ط الى ط

مه اعظم من سطح هف حط فنسبة مه الى مربع هح اعظم من نسبة مربع
سطح هف حط الى مربع هح التى هى مثل نسبة مربع اب الى مربع اب فان نحن
جعلنا نسبة مربع ح الى مربع هح كنسبة مربع اب الى مربع خط اخر كان
ذلك المربع اصغر من اب واذا فصل من اب مثل ضلع ذلك المربع فان
الخط الذى يخرج من نقطة ي الى النقطة التى انفصل عليها يجعل المثلثا
متشابهة ومن اجل ذلك يكون زاوية به اعظم من زاوية حل ولكن
زاوية اى مساوية لزاوية ط فخط ي يقطع القطع كما تبين فى الشكل
الثانى من هذه المقالة فليقطعه على نقطة م ونخرج من نقطة م خطا مماسا
للقطع عليه مه ونخرج عمود مه فمثلث ... شبيه بمثلث ل فنسبة
مربع ... الى مربع ... كنسبة مربع اط الى مربع هح ونسبة الجانب الى
القائم كنسبة سطح ... فى ... الى مربع ... كما تبين فى الشكل السابع
والثلثين من المقالة الاولى وكنسبة سطح هف حط الى مربع هح
وعلى تبديل النسبة يكون نسبة مربع ... الى سطح ... فى ... كنسبة مربع
هط الى سطح هف حط فنسبة ... الى ... كنسبة اط الى حط وكانت نسبة
الى ... كنسبة ... الى ... فيكون نسبة ... الى ... كنسبة ... الى حط
والزاويتان اللتان عند نقطتى ... قائمتان فالزاوية التى عند
نقطة ... مساوية لزاوية ط وذلك ما اردنا ان نبين نط ولكن
القطع القطع الناقص وسهمه اب ومركزه ح ونريد ان نخرج خطا مماسا
للقطع يحدث مع السهم زاوية مساوية لزاوية حادة مفروضة مما
يلى القطع فليكن ذلك وهو خط ... فزاوية ... مفروضة ونخرج عمود
... فنسبة مربع ... الى مربع ... معلومة ونفصل ... ونسبة مربع ...
سطح ... فى ... معلومة لانها هى نسبة الضلع القائم الى الجانب كما تبين
فى الشكل السابع والثلثين من المقاله الاولى فنسبة مربع ... الى سطح

مربع

فى ... معلومة فنسبة ... الى ... معلومة ونسبة ... الى ... معلومة وكذلك
نسبة ... الى ... معلومة والزاوية التى عند نقطة ... قائمة معلومة

فزاوية ... هى معلومة وهى على خط معلوم الوضع وعلى نقطة معلومة
منه فنقطة ... معلومة ومن نقطة ... التى هى معلومة خرج خط مماس للقطع
عليه فخط ... معلوم الوضع ونركب هذه المسئلة هكذا يجعل
القطع الناقص الذى سهمه اب والزاوية الحادة المفروضة زاوية
... ونعلم على خط ... نقطة ... ونخرج عمود ... ونجعل نسبة القائم الى
الجانب كنسبة مربع ... الى سطح ... فى ... ونصل ... ومركز القطع
نقطة ... ونقيم زاوية عليها ... مساوية لزاوية ... ونخرج خطا مماسا
للقطع عليه ... فاقول ان ... هو الخط المماس الذى يحدث الزاوية
التى اردنا وان زاوية ... مساوية لزاوية ... فلان نسبة ... الى
كنسبة ... الى ... ونسبة مربع ... الى مربع ... كنسبة مربع ... الى مربع
... ونسبة مربع ... الى سطح ... فى ... كنسبة مربع ... الى سطح ... فى ...
لان كل واحدة من هاتين النسبتين هى كنسبة القائم الى الجانب
فنسبة ... الى ... كنسبة ... الى ... فنسبة ... الى ... كنسبة ... الى ...

والاضلاع المحيطة بالزاويتين القائمتين متناسبة فزاوية ح د ه
مساوية لزاوية د ط د فخط ط د هو الخط الذي اردنا ان نبين وذلك ما
اردناه س كيف يخرج خطا مماسا لقطع مخروط معلوم اي قطع كان
يحدث مع القطر المخرج على نقطة التماس زاوية حادة مساوية لزاوية

مفروضة فليكن القطع المفروض ولا قطعا مكافئا سهمه ا ب والزاوية
المفروضة زاوية ط ونريد ان نخرج خطا مماسا للقطع يحدث زاوية
عند التقائه مع القطر الذي يخرج على موضع التماس مساوية لزاوية
ط فليكن ذلك ونخرج خط د ه مماسا للقطع يحدث مع التقائه والقطر
الذي يخرج على موضع التماس وعليه ه ز زاوية مساوية لزاوية ط وهي
زاوية ه د ه ولنقع خط ه د على السهم على نقطة ه فلان خط ا د موازٍ لخط
ه ه يكون زاوية ا د ه مساوية لزاوية ه ه د وزاوية ه ه د مساوية لزاوية
ط فزاوية ا د ه مساوية لزاوية ط فهي معلومة ونتركب ذلك هكذا فليكن
قطع مكافئ سهمه ا ب والزاوية المفروضة زاوية ط ونخرج خطا مماسا
للقطع عليه ح د يحدث مع التقائه والقطر زاوية ا د ه ويكون مساوية
لزاوية ط ونخرج من نقطة ح خطا موازيا لخط ا ب عليه ه ه فان زاوية ح

لزاوية ا د ه وزاوية ا د ه مساوية لزاوية ه ه د يكون زاوية ط مساوية لزاوية
ه ه د وذلك ما اردنا ان نبين سا ولكن القطع القطع الزايد
وسهمه ا ب ومركزه نقطة ه والخط الذي لا يقع على القطع خط ه ز والزاوية
الحادة المفروضة زاوية س والخط المماس خط ح د ونصل ه ح الذي يحيط
مع خط ح د بزاوية مثل زاوية س ونخرج عمود ح ع فنسبة المجانب الى
القائم معلومة وكذلك يكون نسبة سطح ه ع في ع د الى مربع ح ع معلومة
لانها كنسبة المجانب الى القائم فليكن خط معلوم عليه د ط ونرسم
عليه قطعة من دائرة
تقبل زاوية مساوية
لزاوية س فيكون اعظم
من نصف دائرة ونخرج
من نقطة من ذلك القطعة
عمودا عليه ه ل حتى يكون
نسبة سطح د ل في ل ط
الى مربع ل ه كنسبة المجانب
الى القائم في هذا القطع
الزايد كنسبة سطح ه ع في ع د الى مربع ح ع وكنسبة سطح د ل في ل ط الى
مربع ل ه يكون مثلث ه د ل شبيها بمثلث ه ح ع ومثلث ط ه ل شبيها
بمثلث ه ح د الذي قد تبين في الاشكال الذي تقدمت قبل هذا
الكتاب فزاوية ه ه ط التي هي مساوية لزاوية س مثل زاوية ه ح د و
تركيب ذلك هكذا نجعل القطع الزايد قطع ا د وسهمه ا ب ومركزه
نقطة ه والزاوية المفروضة الحادة زاوية س ويكون نسبة ه د الى ح د
كنسبة المجانب الى القائم ونقطع خط ا ب بنصفين على نقطة ب ولكن

خط بط معلوما ونرسم عليه قطع دائرة اعظم من نصف دائرة يقبل
زاوية مثل زاوية مر وهي قطعة بهط ويكون مركز الدائرة نقطة د ونخرج
عمودا من نقطة د الى خط بط عليه دع ونتمم خط دع على نسبة دس الى سع
ونخرج من نقطة س خطا موازيا لخط بط عليه فل ونخرج من نقطة ل عمودا لو
على خط بط اذا اخرج على استقامة ونصل بل هل ونخرج خط هل على
استقامة الى نقطة م ونخرج من نقطة د عمودا يقع عليه وهو دن فيكون
موازيا لخط بط ومن اجل ذلك يكون نسبة سف الى فع التي هي مثل نسبة
دس الى سع كنسبة مل الى هل ولنسبة المقدمات كنسبة اضعافها
نسبة دس الى سع كنسبة مه الى هل واذا ركبنا كانت نسبة مع الى
س كنسبة مل الى له ولكن نسبة مل كنسبة سطح مل في له الى مربع الى له
له فنسبة دع الى س كنسبة مل في له الى مربع له التي هي نسبة
مه في له الى مربع له التي هي مثل نسبة سطح دل في لط الى مربع لو ولكن
نسبة مع الى س كنسبة الجانب الى القائم فنسبة سطح دل في لط الى
مربع لو كنسبة الجانب الى القائم ونخرج من نقطة ا من القطع عمودا على
اب عليه اس فلان نسبة مربع ه الى مربع اس كنسبة الجانب الى القائم
كما تبين في الشكل الثالث من هذه المقاله ونسبة الجانب الى القائم
كنسبة سطح دل في لط الى مربع له يكون نسبة مربع ه الى مربع اس كنسبة
سطح دل في لط الى مربع له فنسبة مربع دل الى مربع له اعظم من نسبة مربع
ه الى مربع اس والزاويتان اللتان عند نقطتي ال قائمتان فزاوية د
اصغر من زاوية ه فلتقم زاوية مساوية لزاوية له وهي زاوية ه فتبين
ان خط ه يقع على القطع كما تبين في الشكل الثاني من هذه المقالة
فليقع على نقطة ح ونخرج من نقطة ح خطا مماسا للقطع عليه حه وعمودا
عليه مح فيكون نسبة سطح مح في حد الى مربع مح كنسبة الجانب الى القائم

دبه

ولنسبة سطح دل في لط الى مربع لط كنسبة سطح مح في حد الى مربع حم فمثلث
هدل شبيه بمثلث مح ه ومثلث هطل شبيه بمثلث مح د ومثلث
هدط شبيه بمثلث مح ه ومثلث هدل شبيه بمثلث مح د ومثلث
هدط شبيه بمثلث ه د د فزاوية ه د د مساوية لزاوية بهط التي هي مثل
زاوية مر فان كان الجانب مثل القائم كان خط هل مماسا للدائرة بهط
على طرف قطر هد وذلك مما اردنا ان نبين سب كل قطع ناقص مماسه
لخطاه خط فان الزاوية التي تحدث عند التقاء المماس ليست باقصر من الزاوية
التي يتلوا الزاوية التي يحيط بها الخطان اللذان يصلان ما بين طرفي السهم
الاطول وطرفا السهم الاقصر فليكن قطع ناقص سهمه خطا اب ود ومركزه
نقطة ه واطول السهمين اب وليكن خط بح مماسا للقطع ونصل اد دب
ونخرج خط به الى نقطة ل فاقول ان زاوية لده ليست باقصر من زاوية
لدا لان خط ده اما ان يكون موازيا لخط اب واما غير مواز له فليكن
اولا موازيا له وخط اه مساو لخط به فخط اا مساو لخط هد وخط ده قطر
فالخط المماس الذي يجوز على نقطة د مواز لخط اب كما تبين في الشكل الثاني
من هذه المقاله وخط ده مواز لخط اب فسطح دطدل متوازي الاضلاع ومن
اجل ذلك يكون زاوية لده مساوية لزاوية لدا ولان كل واحد من
خطي اه به اعظم من ده يكون زاوية ادب منفرجة فزاوية لدا حادة
ولذلك زاوية لده حادة ويكون زاوية ده د منفرجة ثم لا يكون خط ده موازيا
لخط اب ونخرج عمود دل فليس زاوية لده بمساوية لزاوية ده ا وزاوية
ه قائمة مساوية للقائمة التي عند ل فليس مثلث ده ب شبيه بمثلث
ده وليست نسبة مربع به الى مربع ده كنسبة مربع ده الى مربع هد ونسبة
مربع به الى مربع ده كنسبة سطح اه في هب الى مربع ده وكنسبة الجانب الى
القائم وكنسبة سطح ده في هد الى مربع هد كما تبين في الشكل السابع د

والثلاثين من المقالة الاولى ليس نسبة سطح ده في هز الى مربع هز مثل
خط دو مساو لخط هز فليكن قطعة دائرة عليها ابد تقبل زاوية مساوية
لزاوية اب ود زاوية ادب منفرجة فيكون القطعة اصغر من نصف دائرة
ونجعل نسبة دا الى هز كنسبة بد الى جم ونخرج عمودا من نقطة جو
عليه جح ونصل دب بم ونقطع خط مد بنصفين على نقطة ح ونخرج
حج ق قائما على بم على زاوية قائمة فبين انه قطر وليكن المركز
نقطة ق ونخرج منها عمودا عليه قد ونصل اد دم فلان زاوية ءح
مساوية لزاوية ادب وقطع كل واحد من خطي اب مد بنصفين على نقطتي ط ن
والزاويتان اللتان عند نقطتي دو قائمتان يكون مثلث اب د شبيها
بمثلث هحو ولنسبة مربع سو الى المربع جو كنسبة مربع بح الى مربع دو
ولان خط بح مساو لخط حو وخط قح اطول من خط دب يكون نسبة قح
الى خط دب اعظم من نسبة دح الى حو واذا قلبنا النسبة كانت نسبة
قح الى حج اصغر من نسبة
دب الى حو ولنسبة المقدمات
كنسبة اضعافها فنسبة قح
الى حو اصغر من نسبة دب الى
حو واذا فصلنا كانت نسبة
قد الى حج اصغر من نسبة دح
الى حو ولكن نسبة قد الى حج
كنسبة مربع بد الى مربع حج ونسبة مربع بح الى مربع دو كنسبة الجانب الى
القائم كما تبين في الشكل الحادي والعشرين من المقالة الاولى و
كنسبة سطح هز في هز الى مربع هز فنسبة سطح دو في هز الى مربع هز اصغر
من نسبة حو الى جب التي هي مثل نسبة سطح جو في بد الى المربع دب التي

هي مثل نسبة سطح جه في هم الى مربع هد فان نحن جعلنا نسبة سطح
ده في هز الى المربع هو كنسبة سطح اه في هد الى مربع اخر فانه اعظم
من مربع هد فليكن مربع هد فلان نسبة مربع ه الى المربع هو كنسبة مربع
سه الى المربع هم وخط هو هد عمودين ولنسبة سطح هو في هز الى المربع هو
كنسبة سطح اه في هد الى المربع هد يكون من اجل ذلك زاوية هد مساوية
لزاوية ب ف فزاوية ب التي هي مثل زاوية اب اعظم من زاوية هزه والزاوية
التي يتلوها زاوية لدط اعظم من زاوية لدط التي يتلوا الاخرى فزاوية
لدط ليست باصغر من زاوية لدط وذلك ما اردنا ان نبين يج كيف
يخرج خطا مماسا للقطع الناقص يحدث زاوية حادة مع القطر
الذي يخرج على موضع التماس مساوية لزاوية مفروضة وينبغي ان لا تكون
الزاوية المفروضة الحادة اصغر من الزاوية التي يحيط بها الخطان اللذان
يخرجان من طرف السهم الاصغر الى طرفي السهم الاطول فليكن القطع
الذي سهمه الاطول خط اب والاقصر خط جد ومركزه نقطة ه ونصل
اد دب ولتكن الزاوية المفروضة زاوية ب ليست باقصر من زاوية اد
ح ويكون زاوية اد ب ليست باقصر من زاوية ح فزاوية اد ح اصغر منها
او مساوية لها فليكن اولا مساوية لها ونخرج من نقطة ه خطا موازيا
لخط ب د عليه هو ونخرج من نقطة ل خطا مماسا للقطع عليه ول فلان
خط اه مساو لخط هب ونسبة اه الى ب كنسبة اه الى ه يكون خط اد
مساويا لخط ده وخط هو قطر وخط طح يماس القطع على نقطة ل وهو
مواز لخط دا وخط هو مواز لخط دب فسطح هو مواز الاضلاع ومن اجل
ذلك يكون زاوية هو مساوية لزاوية د د وزاوية ه مساوية للزاوية
المفروضة التي هي زاوية ب فزاوية هو مساوية لزاوية ب ولكن زاوية
ب اعظم من زاوية اب ويكون زاوية اصغر من زاوية اب فليكن

دائرة ويقطع منها قطعة م ف يقبل زاوية مساوية لزاوية ب ع ويقطع
خط م ف بنصفين على نقطة ع ويخرج من نقطة ع عمودًا على م ف على ق
ونصل د ق فزاوية م ق ا اصغر من زاوية ا و ب ولكن زاوية م ب ع مثل
نصف زاوية م ق د وزاوية ا و ه مثل نصف زاوية ا و ب فزاوية ا
ب ع اصغر من زاوية ا و ه والزاويتان اللتان عند نقطتي م ع قائمتان

فنسبة ا ه الى ه د اصغر من نسبة م ع الى ع ق ولنسبة مربع ا ه الى مربع
ه د ولكن مربع ا ه مساو لسطح ا ه في ه ب ومربع م ع مساو لسطح م ع في
ع ق الذي هو مثل سطح م ع في ع ق فنسبة سطح ا ه في ه ب الى مربع ه د
الذي هو مثل نسبة الجانب الى القائم كما تبين في الشكل الحادي و
العشرين من المقالة الاولى اعظم من نسبة ف ع الى ع ر فليكن نسبة
الجانب الى القائم كنسبة م ط الى ط ق ونقسم خط م ق بنصفين على نقط

اعظم من نسبة مربع م ع
الى مربع ب ع

ع

م د فلان نسبة الجانب الى القائم اعظم من نسبة ف ع الى ع ر يكون
نسبة م ط الى ط د اعظم من نسبة ف ع الى ع ر واذا ركبنا كانت نسبة
م د الى د ط اعظم من نسبة ف ر الى ر ع وليكن مركز الدائرة نقطة س فيكون
نسبة م د الى د ط اعظم من نسبة س ر الى ر ع واذا فصلنا كانت نسبة ط
الى ط د اعظم من نسبة س ع الى ع ر ولكن نسبة م ط الى ط د كنسبة س ع
الى اصغر من ع ر كمثل س ع ونخرج س م س د متوازيين لخط ف م وم د لخط س د
فيكون نسبة ط م الى ط د كنسبة الى ط د وكنسبة د د الى م د واذا ركبنا

كانت نسبة م د الى د ط كنسبة د م الى م د ولنسبة المقدمات كنسبة
اضعافها فنسبة م د الى د ط كنسبة م د الى م د واذا فصلنا كانت نسبة
م ط الى ط د التي هي مثل نسبة الجانب الى القائم كنسبة م د الى م د ونصل
م ه م ر د ونقيم على خط ا ه ونقطة ه زاوية ا ه ح مساوية لزاوية م ر د ونخرج
على نقطة ح خطا مماسا للقطع ح ط ونخرج ح ل على الترتيب فلان
زاوية ر م د مساوية لزاوية ا ه ل والزاوية التي عند نقطة د قائمة
مساوية للزاوية القائمة التي عند نقطة ل يكون مثلث م د ر مساو
الزوايا لمثلث ح ه ل ويكون نسبة الجانب الى القائم كنسبة م د الى

د ه التي هي مثل نسبة سطح ه د في د ز الى مربع د ه فمثلث ح د ه شبيه
بمثلث ه د ز ومن اجل ذلك يكون زاوية ه د ز مساوية لزاوية د ح التي
هي مثل زاوية ح فزاوية ط د ه مساوية لزاوية ح والزاوية التي يتلوها
زاوية د ه مساوية للزاوية التي يتلوها التي هي مثل زاوية ب فقد خرج
خط يماس القطع عليه خط يحدث مع القطر الذي خرج على موضع التماس
الذي هو خط د ه زاوية مساوية للزاوية المفروضة التي هي زاوية ب
وذلك ما اردنا ان نبين تمت المقالة الثانية بحمد الله
تعالى ومنه من كتاب ابلونيوس في المخروطات و
هي ثلاثة وستون شكلا وحسبنا الله
ونعم الوكيل وصلوات الله على
محمد النبي وآله اجمعين

١٢٦٢

المقالة الثالثة من كتاب ابلونيوس في المخروطات

ا كل خطين يماسان لقطع مخروط او دايرة ويخرج من كل واحدة من نقطتي
التماس قطر للقطع ينتهي الى الخط الاخر المماس فان المثلثين اللذين قاعدتهما
القطرين المخرجين وراسهما ملتقى الخطين المتماسين متساويان فليكن
قطع مخروط او محيط دايرة عليه ا ب ويخرج خطين مماسين لقطع عليهما
ا ه ب د يلتقيان على نقطة ه ويخرج من نقطة ا ب قطرين للقطع عليهما
ه ب د ا يلتقيان الخطوط المماسة على نقطتي ح د فاقول ان مثلث ا ح
مساو لمثلث ا د فيخرج خط ا ر موازيا لخط ب د فقد تبين انه على الترتيب
في الشكل السابع والاربعين من المقالة الاولى فيكون في القطع
المكافي سطح ا ب د المتوازي الاضلاع مساويا لمثلث ا د ولان خط د ب
مثل خط ب ح كما تبين في الشكل الخامس والثلاثين من المقالة الاولى
ويلقى سطح ا ب د المشترك فيبقى مثلث ا ه مساويا لمثلث د ب واما
في القطوع الباقية فليكن التقاء الاقطار على نقطة ح التي هي المركز
فلان خط ا ر على الترتيب وخط ا ه مماس يكون سطح ر ح في ح مساويا
لمربع ح ب كما تبين في الشكل السابع والثلاثين من المقالة الاولى ويكون
نسبة ر ح الى ح ب كنسبة ب ح الى ح د فنسبة ر ح الى ح ا كنسبة مربعي
ر ح الى مربع ح ب ولكن نسبة مربع ر ح الى مربع ح ب كنسبة مثلث ا ر ح
مثلث د ب ح ونسبة ر ح الى ح ا كنسبة مثلث ا ر ح الى مثلث ا ح د فنسبة
مثلث ا ر ح الى مثلث ا ح كنسبة مثلث ا ر ح الى مثلث د ب ح فمثلث ا ح د

مساو

مساو لمثلث د ب ح ويطرح في القطع الزايد سطح ح ب ه المشترك فيبقى
مثلث ا ه د مساويا لمثلث د ه ب ونزيد في القطع الناقص سطح ب ح ه مشتركا
فيصير مثلث ا ه د مساويا لمثلث ب ه ح وذلك ما اردنا ان نبين ب

اذا كان قطع مخروط او محيط دايرة عليه ا ب واخرجت خطوط تماس
القطع عليها ا ه ب د واقطار عليها ا ه ب ح ونعلمت نقطة على القطع عليها
ح واخرجت منها خطوط موازية للخطوط المماسة عليها ح ر ح ل ح م فاني
نقول ان مثلث ا ب م مساو لسطح ح ل ه ب ذي الاربعة الاضلاع فلانه
قد تبين في الشكل الثالث والاربعين من المقالة الاولى ان

مثلث هـ م مساو لسطح ال ذي الاربعة الاضلاع في القطع الزايد و
الناقص واما في القطع المكافي فقد تبين في الشكل الثاني والاربعين
من المقالة الاولى ان مثلث لـ ح مساو لسطح د د فيلقى المشترك وهو
مخروط ح م ر د فيبقى مثلثا هـ ح ر امثل مثلث ح د د فيجعل سطح د ل مشتركا
فيكون مثلثا هـ ح د ر مثل مثلث ح د د مع سطح د ل ولكن مثلث د
ر مثل مثلث ا د كما تبين في الشكل الاول من هذه المقالة فيبقى

مثلث ر ح مثل سطح ال فان نحن زدنا سطح ـه ذا الاربعة الاضلاع
او نقصناه كما قد يعرض احيانا اذا تغير موضع نقطة ح كان مثلث

ا ـ م مساويا لسطح ن ذي الاربعة الاضلاع وذلك ما اردنا
ان نبين ج واذا كان ما ذكرنا على حاله ان نحن تعلمنا نقطتين على
القطع او على محيط الدايرة واخرجنا منها خطوطا موازية للخطوط المماسة
الى ان تنتهي الى الاقطار كما فعلنا في الشكل الذي قبل هذا فان السطوح
ذوات الاربعة الاضلاع التي يكون من الخطوط المخرجة ومن الاقطار
متساوية فليكن القطع او الخطوط المماسة والاقطار على مثل ما
ذكرنا ونعلم على القطع نقطتين كيف ما كانتا عليهما ر ح ونخرج على
على نقطة ر خطين متوازيين للمماسين عليهما ر ط هـ ل د د ـ م وعلى نقطة
ايضا خطين عليهما ا ح ح د ل ط د د فاقول ان سطح ل ح ذا الاربعة الاضلاع

مساو لسطح ك ط ذى الاربعة الاضلاع وسطح ل د ذوا الاربعة الاضلاع
مساو لسطح ق د ذى الاربعة الاضلاع فى الشكل الذى قبل هذا وان
مثلث ا م ب مساو لسطح ب د ومثلث ا ق ذ اعظم من مثلث ا م ب بسطح ق
ذوا الاربعة الاضلاع فسطح ب ح اعظم من سطح ب د بسطح ا ق فسطح
ح ب مساو لسطحى ق ذ ا اللذين هما مثل سطحى ط ا ق د ويطرح سطح ط ا مشتركا
فيبقى سطح ل ع مساويا لسطح ط م ويكون سطح ق د مساويا لسطح د د وذلك ما
اردنا ان نبين ن الخطوط المماسة للقطوع المتقابلة اذا كانت يلتقى
واخرجت اقطار يمر بمواضع تماسها وبلقائها فان المثلثات الحادثه
على الخطوط المماسة متساوية فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب وخطا
يماسانهما عليهما ا ب يلتقيان على نقطة ح ومركز القطعين نقطة
د ونصل ا د ب د ونخرجها الى نقطة ه ونخرج خطى ا ه ب الى نقطتى ن
فاقول ان مثلث ا د مساو لمثلث ب د د ومثلث ا د المثلث ب ح

فلانه قد تبين ان مثلث ق ذ ا مساو لسطح ... الاربعة الاضلاع م

لانه اخرج على نقطة ط خط يماس القطع عليه ط ل فتبين انه مواز لخط ا
لانهما متوازيان لخطوط الترتيب ولان خط ا د مساو لخط د ط كما تبين

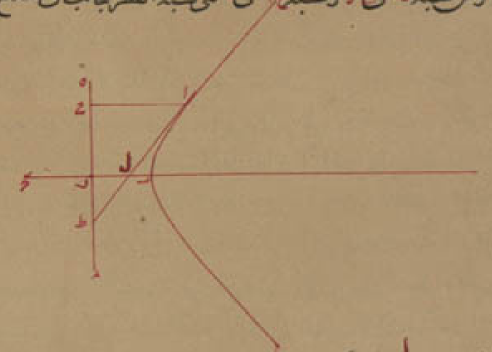
بخي

الثلاثين من المقالة الاولى يكون مثلث ا د مساويا لمثلث ط ل ولكن
مثلث ط ل مساو لمثلث ب د كما تبين فى الشكل الاول من هذه المقا
فمثلث ا د مساو لمثلث ب د ولذلك يكون مثلث ا د مساويا لمثلث
ب ح وذلك ما اردنا بيانه هم اذا كان خطان يماسان القطعين
المتقابلين واحدهما ويلتقيان اذا اخرجا وتعلمت نقطة على احد القطعين
ايهما كان واخرج من تلك النقطة خطان احدهما مواز للمماس والاخر
مواز للخط الذى يصل ما بين نقطتى التماس فان المثلث الذى يحدث
منهما ومن القطر الذى يجوز على موضع التقاء الخطين المماسين يفضل
المثلث الذى يحدث عند التقاء الخطوط المماسة والقطر بالمثلث
الذى يحدث من الخط المماس والقطر الذى يمر على نقطة التماس
فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب ومركزهما نقطة ح والخطان المماسان
لهما ه د يلتقيان على نقطة ه ونصل ب د ونخرجهما ونصل ح ه و
نخرجهما ونتعلم نقطة على القطع عليها ع ونخرج منها خطين
احدهما مواز لخط ه د عليه ع ك ل والاخر مواز لخط د ح عليه ع م فاقول
ان مثلث ط ك م تفاضل مثلث ح ط د بمثلث ح ك ل فلانه قد استبنا

ان خط ه ا اذا اخرج كان قطرا للقطعين المتقابلين ونبين ان خط
ه د يكون عليه على الترتيب ما اذا كان الخطان مماسان لقطع
واحد فيبين في الشكل الثلاثين من المقالة الثانية واذا كان الخطان
المماسان للقطعين فمن الشكل التاسع والثلاثين منها تبين انه
على الترتيب وخط ط ل مواز لخط ه د وخط ب ح مواز لخط د ه فمثلث ط ا
تفاضل مثلث ا ل بمثلث ه د فتبين ذلك من الشكل الثالث و
الاربعين من المقالة الاولى ان كان الخطان المماسان يماسان
قطعا واحدا وان كان مماسان قطعين فمن الشكل الخامس والاربعين
من المقالة الاولى تبين ذلك فمثلث ح ل تفاضل مثلث ح ط ه بمثلث
ه د ل وتبين ان مثلث ح د ل يكون مساويا لسطح ب ح ه د ذي الاربعة اضلاع
وذلك ما اردنا ان نبين و واذا كان ما ذكرنا على حاله ان تعلمت
نقطة على احد القطعين المتقابلين واخرج منها خطان موازيان
للخطوط المماسة يلقاها والاقطار اذا اخرجت على استقامة كانت
السطوح ذوات الاربعة الاضلاع التي تحدث من احد المماسين
واحد الاقطار مساوية للمثلثات التي تقوم على ذلك الخط المماس

والقطر

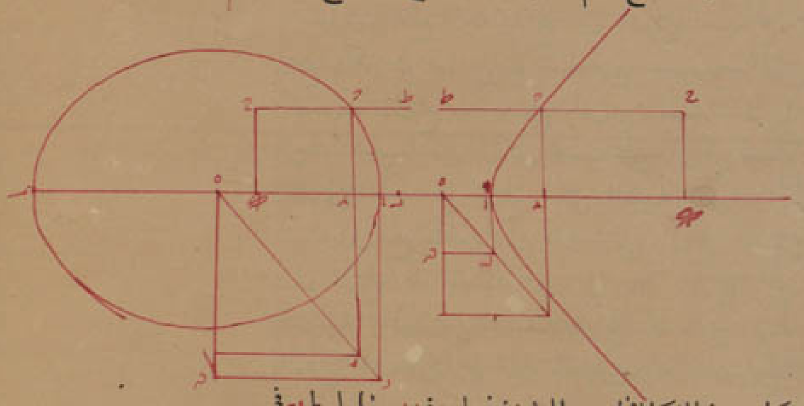
القطر خط ويكون موازيا للقطر الاخر فان نسبة هذا الخط الموازي الى احد
الخطين اللذين احدهما من مركز الشكل الى موضع مسقط الخط الموازي والاخر
من موضع مسقطه الى موضع مسقط الخط المماس للقطع مركبة من نسبة القطر
المجانب الى الضلع القائم ومن نسبة الخط الاخر من الخطين اللذين ذكرنا
الى الخط المخرج الموازي للقطر المجانب فليكن قطع زائدا او ناقص او قطعة من
دائرة عليه ا ب وقطره المجانب عليه ب ه د وقطره الثاني ه ز وليكن خط ط ا
مماسا للقطع ونخرج خط ا ح موازيا لخط ب ه فاقول ان نسبة ا ح الى احد
خطي ط ح ح ه مركبة من نسبة القطر المجانب الى الضلع القائم ومن نسبة الخط
الاخر من خطي ط ح ح ه الى خط ا ح فليكن سطح ط ح في ح د مساويا لسطح ا ح في ل
ولان نسبة الضلع القائم الى القطر المجانب كنسبة سطح ط ح في ح د الى مربع
ا ح كما تبين في الشكل الثامن والثلاثين وسطح ا ح في ل مساو لسطح ط ح في
ح د فنسبة سطح ا ح في ل الى مربع ا ح التي هي مثل نسبة ل الى ا ح كنسبة
الضلع القائم الى القطر المجانب ولان نسبة ا ح الى ح د مركبة من نسبة ا ح الى
ل ومن نسبة ل الى ح د ونسبة ا ح الى ل هي نسبة القطر المجانب الى الضلع



القائم ونسبة ل الى ح د كنسبة ط ح الى ا ح من اجل ان سطح ط ح في ح د مساو

لسطح اح في ل فنسبة اب الى حد مركبة من نسبة القطر المجانب الى الضلع القائم
ما ومن نسبة دا الى ح ا وذلك ما اردنا ان نبين كل خط يخرج من القطع
الزايد او الناقص وقوس الدايرة على الترتيب الى القطر ويقام على ذلك
الخط وعلى ذلك الخط الذي من مركز الشكل الى طرف قطره على كل واحد منهما
شكل متوازي ذوا وبعة اضلاع احدهما متساوية زواياه للاخر ويكون
نسبة الخط المخرج على الترتيب في شكله الى الضلع الاخر الذي من شكله مركبة
من نسبة الخط الذي من المركز الى راس القطع الى الخط الاخر من شكله ومن نسبة
ضلع القطع القائم الى ضلعه المجانب فان الشكل الذي يقوم على الخط الذي طوله
يكون مركز الشكل الى موضع وقوع الخط المخرج على الترتيب ويكون نسبتها
بالسطح الذي قام على الخط الذي من مركز الشكل لطرف القطر اما في القطع
الزايد فانه يكون اعظم من الشكل الذي قام على الخط المخرج من المركز الى طرف
القطر واما في القطع الناقص والزايد فانه يكون مع السطح الذي قام على
الخط المخرج على الترتيب مساويا للسطح الذي قام على الخط المخرج من المركز
الى طرف القطر فليكن قطع زايدا وناقصا وقطعة دايرة وقطرها المجانب
اب ومركزها نقطة ه ونخرج خط جد على الترتيب الى القطر ونقيم على خط جد
سطحا متوازي الاضلاع يكون ضلعه الثاني اي ضلع كان وهو سطح دح ونقيم
على خط اه سطحا يكون زواياه مثل زوايا سطح دح وهو سطح اك ويكون
نسبة اه الى اك مثناة بنسبة الخط القائم الى القطر المجانب كنسبة ده الى
دح فاقول ان الشكل الذي يقوم على خط ده الشبيه بسطح اك في القطع
الزايد مساو لسطح اك و دح واما في القطع الناقص والدايره فان الشكل الذي
يقوم على خط ده الشبيه بسطح اك مع سطح دح يكون مساويا لسطح اك فليجعل
نسبة خط ده الى ط كنسبة الضلع القائم الى المجانب ولان نسبة ده الى ط
كنسبة الضلع القائم الى المجانب ونسبة ده الى ط كنسبة مربع ده الى سطح ده

في ط ولنسبة الضلع القائم الى المجانب كنسبة مربع ده الى سطح ده في

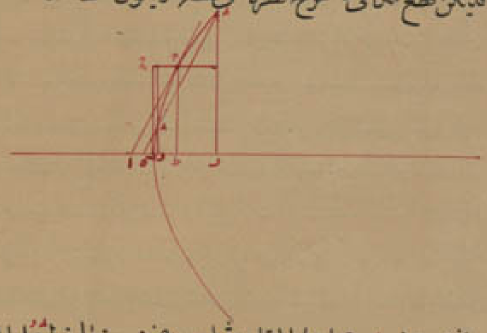


ط كما تبين في الشكل الحادي والعشرين فسطح ده في ا مساو لسطح ده في
ط ولان نسبة ده الى دح مركبة من نسبة اه الى اك ومن نسبة الضلع القائم
الى المجانب التي هي نسبة ده الى ط ولنسبة ده الى دح مركبة من نسبة ده الى ط
ومن نسبة ط الى دح فالنسبة المركبة من اه الى اك ومن ده الى ط هي المركبة
من ده الى ط ومن ط الى دح ويطرح نسبة ده الى ط المشتركة فيبقى نسبة
اه الى اك كنسبة ط الى دح لكن نسبة ط الى دح كنسبة سطح ط في ده الى سطح
دح في ده ولنسبة اه الى اك كنسبة مربع اه الى سطح اه في اك فنسبة سطح ط
في ده الى سطح دح في ده كنسبة مربع اه الى سطح اه في اك ولكن سطح ط في ده
قد استبان انه مساو لسطح ده في ا فنسبة سطح ده في ا الى سطح دح في ده
كنسبة مربع اه الى سطح اه في اك وعلى تبديل النسبة يكون نسبة السطح الذي
هو من ده في ا الى مربع اه كنسبة سطح دح في ده الى سطح اه في اك ولنسبة سطح
دح في ده الى سطح اه في اك كنسبة سطح دح المتوازي الاضلاع الى اك لانهما
متساوية الزوايا ولنسبتها مركبة من نسب اضلاعها وهي نسبة ده الى اه

ومن نسبة ده الى اد فنسبة سطح بـه في اا الى مربع اه كنسبة سطح حط الى ح
اد فنقول ان في القطع الزايد نسبة سطح به في ده الى مربع اه كنسبة سطح حم الى سطح اد
الى سطح اد ولكن سطح به في ده مع مربع اه مساو لمربع ده فنسبة مربع ده الى مربع
اه كنسبة حد الى سطح اد ولنسبة مربع ده الى مربع اه كنسبة الشكل الذي
على خط ده الشبيه بشكل اد الى شكل اد فنسبة سطح حد الى سطح اد كنسبة الشكل
الذي على خط ده الشبيه بسطح اد الى سطح اد فشكل ده الشبيه بشكل اد مساو لسطح
حد اد فاما في القطع الناقص والدايرة فان نسبة مربع اه الى سطح اد كنسبة سطح
اد في به الى سطح بح واذا نقصنا من مربع اه سطح اه في بـه ومن سطح اد سطح بح
كانت نسبة الباقي من مربع اه الى الباقي من سطح اد كنسبة مربع اه الى سطح اد
واما مربع اه اذا نقص منه سطح به في ده فانه يبقى منه مربع ده فنسبة مربع ده الى
فضلة سطح اد على سطح بح كنسبة مربع اه الى سطح اد ولكن نسبة مربع اه الى سطح
اد كنسبة مربع ده الى السطح الذي قام على ده الشبيه بسطح اد فنسبة مربع
ده الى فضلة سطح اد على سطح بح كنسبة مربع ده الى السطح الذي يقوم على خط
ده الشبيه بسطح اد فالسطح الذي قام على خط ده الشبيه بسطح اد هو مساو
لفضلة سطح اد على سطح بح فالسطح الذي على خط ده الشبيه بسطح اد مع سطح بح
هو مساو لسطح اد وذلك ما اردنا ان نبين وكذلك يلزم ان كان
مكان السطوح مثلثات مب كل خط يخرج مماسا للقطع المكافئ ويقع مب
على القطر اذا اخرج واخرج خط من موضع التماس الى القطر على الترتيب
فانه اذا تعلمت نقطة ما على القطع واخرج منها خطان يقعان على القطر
يكون احدهما موازيا للخط المماس والاخر موازيا للخط الذي خرج على
الترتيب كان المثلث الذي حدث باخراجهما مساويا للسطح المتوازي الاضلاع
الذي قاعدته الخط الذي بين مسقط خط الترتيب الذي اخرج من النقطة
نعلمت وبين راس القطع وارتفاعه مثل ارتفاع المثلث الذي راسه عند نقطة التماس

بعني

فليكن قطع مكافئ واخرج قطره الى نقطة آ ويكون خط اب مماسا للقطع



ونخرج خط بط ونعلم على القطع نقطة د ونخرج منها خط دز على الترتيب
ونخرج من نقطة د خطا موازيا لخط اب عليه دح ومن نقطة د خطا موازيا لخط
بط عليه دح ومن نقطة ب خطا موازيا لخط بط عليه بح فاقول ان مثلث دحز
مساو لسطح حز المتوازي الاضلاع وبرهان ذلك ان خط اب لما كان
مماسا للقطع ونخرج بط على الترتيب كان خط اب مساويا لخط بط كما تبين
في الشكل الخامس والثلثين وخط اط مثلا طر فمثلث اطب مساو لسطح بح
المتوازي الاضلاع ولان نسبة مربع بط الى مربع دز كنسبة طا الى زا كما تبين
في الشكل العشرين ولنسبة مربع بط الى مربع دز كنسبة مثلث اطب الى مثلث
دحز ولنسبة طا الى زا كنسبة سطح بط المتوازي الاضلاع الى سطح زا المتوازي
الاضلاع فنسبة مثلث اطب الى مثلث دحز كنسبة سطح بط المتوازي الاضلاع
الى سطح زا المتوازي الاضلاع واذا بدلنا كانت نسبة مثلث اطب الى سطح
بط المتوازي الاضلاع كنسبة مثلث دحز الى السطح زا المتوازي الاضلاع
ولكن مثلث اطب مساو لسطح بط المتوازي الاضلاع فمثلث دحز مساو
لسطح زا المتوازي الاضلاع وذلك ما اردنا ان نبين مج كل خط يخرج مج
مماسا للقطع الزايد او الناقص او قطعة الدايرة ويقع على القطر اذا اخرج

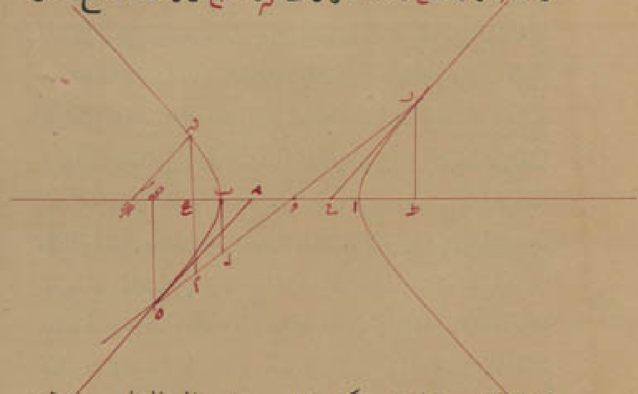
ويخرج من موضع التماس خط على الترتيب الى القطر ويخرج خط من راس
القطع موازيًا لهذه الخط يلقى الخط الذى يخرج من المركز ويجوز على موضع
التماس فانا اذا اعلمت نقطة على القطع واخرج منها خطان يقعان على
القطر يكون احدهما موازيًا للخط المماس والاخر موازيًا للخط الذى خرج
من موضع التماس على الترتيب كان المثلث الذى يحدث من ذلك اما
فى القطع الزايد فانه يكون اصغر من المثلث الذى يقطعه المثلث الذى
يخرج على الخطين اللذين احدهما يخرج من المركز والاخر الخط المماس بمقدار
المثلث الذى يقوم على نصف القطر الشبيه بالمثلث المقطوع واما فى
القطع الناقص او الدايرة فانه يكون مع المثلث المقطوع الذى فيما يلى
المركز مساويًا للمثلث الذى يقوم على نصف القطر فيكون شبيهًا بالمثلث



المقطوع فليكن قطع ناقص او زايدا او دايرة قطرها المجانب ا ب ومركزها
نقطة ج ويخرج خط د ه مماسًا للقطع ونصل ج ه ويخرج خط ه و على الترتيب
ونعلم نقطة على القطع عليها ح ويخرج خط ح ط موازيًا للخط المماس ويخرج
خط ح ز على الترتيب ومن نقطة ب يخرج خط ب ل موازيًا لخطوط الترتيب
فاقول ان فضل ما بين مثلث ج ه د ومثلث ل ب ج يكون بمقدار مثلث ح
ز ط فلان خط ه د مماس وخط ه و على الترتيب يكون نسبة د و الى و ج مركبة

من نسبة د ا الى ا ه ومن نسبة الضلع القايم الى القطر المجانب كما تبين
فى الشكل التاسع والثلاثين ولكن نسبة د ا الى ا ه كنسبة ج ب الى ب ل و
نسبة د ا الى ا ه كنسبة ب ح الى ح ل فيكون نسبة ج ب الى ب ل مركبة من نسبة
ب ح الى ح ل ومن نسبة الضلع القايم الى القطر المجانب ومن اجل ما تقدم
بيانه فى الشكل الواحد والاربعين يكون تفاضل ما بين مثلث ج ه د ومثلث
ج ب ل بمقدار مثلث ح ط ح فانه قد تبين ذلك فى اضعافها المتوازية الاضلاع
فى الشكل الحادى والاربعين ولان اضعاف هذه المثلثات مع تمامها
يكون متساوية الزوايا وذلك ما اردنا ان نبين مه كل خط يخرج مماسًا
لاحد القطعين المتقابلين ويقع على القطر ويخرج من موضع التماس خط
على الترتيب الى القطر ويخرج من راس القطع الاخر خط موازٍ لخط الترتيب
فيقطع الخط الذى يخرج من موضع التماس على استقامة ويمر على المركز و
نعلم نقطة ما على هذه القطع ويخرج منها خطان الى القطر احدهما موازٍ للخط
المماس والاخر موازٍ للخط الذى خرج على القطر على الترتيب فان المثلث
الذى يحدث بين هذين الخطين اصغر من المثلث الذى حدث من خروج
الخط الى المركز ومن خط الترتيب الذى خرج من النقطة التى تعلمت من القطع
المخرج بمقدار المثلث الذى يقوم على نصف القطر المجانب الشبيه بالمثلث
الذى احدثه الخط المخرج الى مركز الشكل مع خط الترتيب والقطر المخرج فليكن
قطعان متقابلان عليهما ا ب وقطرهما ا ب والمركز نقطة ج ويخرج من موضع
ما من قطع د ا وليكن من موضع نقطة د خطًا مماسًا للقطع عليه د ه ويخرج
د ط على الترتيب ونصل ج د ونخرجه على استقامة الى نقطة ح ويخرج من نقطة
ا خطًا موازيًا لخط د ط عليه ا ك ونعلم نقطة ما على قطع ب عليها ح ويخرج من
نقطة ح خطًا على الترتيب عليه ح ع وعلى خط اخر موازيًا لخط د ه عليه ح م
فاقول ان مثلث ح ع م اصغر من مثلث ح م ع بمثلث ج ا ك وبرهان ذلك

ان نخرج من نقطة ه خطا مماسا للقطع ب ه عليه ه د ونخرج خط ه م على الترتيب
فلان قطعي ا ب ه متقابلين وقطرهما ا ب وخط د ب ه يمر على المركز وخطا ح ه ك ه
مماسان للقطوع يكون خط ح ب موازيا لخط د ه كما تبين في الشكل السادس والثلثين
وخط ح ز موازي لخط ب ي وخط ب ل موازي لخط ه م وخط ح ع موازي لخط ل ي وقطع ب ه هو



القطع الزايد وقطره ا ب ومركزه نقطة ح وخط ه د مماس للقطع وخط ه
م مخرج على الترتيب وخط ب ل موازي لخط ه م وقد تعلم على القطع نقطة د
ونخرج منها خط على الترتيب عليه د ع ونخرج خط د ح موازي لخط د ه فيكون
مثلث ع ح د اصغر من مثلث ع ح م بمقدار مثلث ب ل ط فان ذلك قد تبين
في الشكل الذي قبل هذا وذلك ما اردنا ان نبين كل خط يخرج مماسا مه
للقطع الزايد او الناقص او الدائرة ويقع على القطر الثاني ويخرج خط من
موضع التماس الى خط القطر الثاني ويكون موازيا للقطر الاخر ويخرج
خط من موضع التماس الى مركز الشكل ويتعلم نقطة ما على القطع ويخرج منها
خطان الى القطر الثاني احدهما موازي للخط المماس والاخر موازي للخط الذي
خرج على الترتيب فان المثلث الذي يحدث بينهما يكون اما في القطع الزايد

فاعظم

فاعظم من المثلث الذي يفصله الخط الذي يخرج من موضع التماس الى
المركز بمقدار المثلث الذي قاعدته الخط المماس ورأسه مركز القطع واما
في القطع الناقص والدايرة فانه يكون مع المثلث المنفصل مساويا للمثلث
الذي قاعدته الخط المماس ورأسه مركز القطع فليكن القطع زايدا او ناقصا او
دايرة عليها ا ب وضعف قطره ا ل والمركز نقطة ط وقد اخرج من نقطة ط القطر
الثاني وخط ه م مماس للقطع على نقطة ح ونخرج خط ح د موازيا للخط ا ط ونصل
ط ه على استقامة ونعلم نقطة ما على القطع عليها ب ونخرج من نقطة ب خطين
عليهما د ه ب موازيين لخطي ا ه ه فاقول ان في القطع الزايد يكون مثلث
ب ه ا اعظم من مثلث ح ط د بمقدار مثلث ل ح ط وفي القطع الناقص يكون مثلث
ب ه ا مع مثلث ب ح ط مساويا لمثلث ل ط فنخرج خطي ه ح متوازيين لخطي ه ط
فلان خط ه م مماس للقطع واخرج خط ح د على الترتيب يكون نسبة ح د الى
د ط مركبة من نسبة ح د الى ح ه ومن نسبة الضلع القائم الى القطر المجانب
كما تبين في الشكل التاسع والثلاثين ولكن نسبة ح د الى ح ه كنسبة
ه د الى د ل فنسبة ح د الى د ط مركبة من نسبة ه د الى د ل ومن نسبة الضلع
القائم الى القطر المجانب ومثلث ح د ل هو الشكل المعمول على خط مثل
خط ح ط ومثلث ح د ط الذي هو مثل مثلث ح د ط هو الشكل المعمول على
خط ح د الذي هو مساو لخط د ط فمثلث ح د ل اما في القطع الزايد فانه اعظم
من مثلث ح د ط بالمثلث المعمول على خط ا ط الشبيه بمثلث ح د ل كما تبين
في الشكل الحادي والاربعين واما في القطع الناقص فان مثلث ح د
ط المعمول على خط مساو لخط ح د مع مثلث ح د ل المعمول على خط مساو
لخط ا ط الذي بين المركز ومسقط خط الترتيب مساويان للمثلث
المعمول على ا ط الشبيه بمثلث ح د ل لانه قد تبين ذلك ايضا في اضعاف
المثلثات في الشكل الواحد والاربعين فلنرجع الان الى ما بهم القطعة

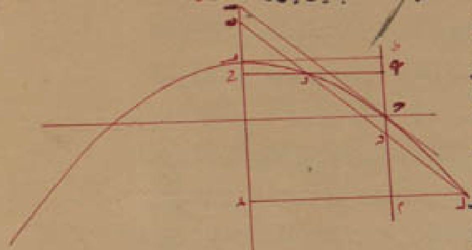
61

من بابى البرهان وهو ان فضل ما بين المثلث المعمول على اط الشبيه
بمثلث حدا وبين مثلث هدا هو مثلث دحط الذى هو مثل مثلث ح ط

فيكون لذلك مثلث حطا مساويا للمثلث المعمول على خط اط الشبيه
بمثلث حدا فلان مثلث ده شبيه بمثلث حدا ومثلث ح ط شبيه
بمثلث هدا وكلاهما فى نسبة واحدة ومثلث ح ده معمول على خط مثل

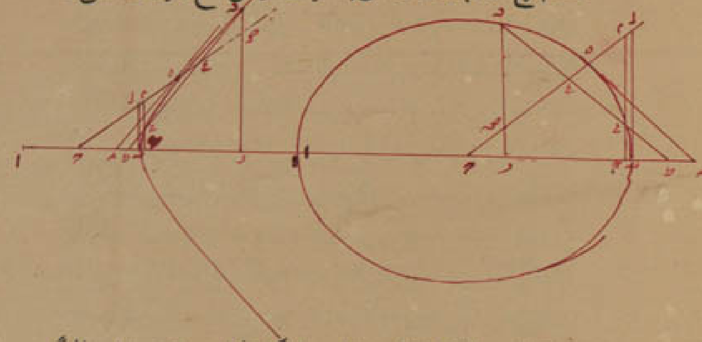
خط

خط ط ا الذى فيما بين الخط المخرج على الترتيب وبين المركز ومثلث
هده هو المعمول على خط مثل خط ه المخرج على الترتيب الذى هو مثل ه ا
ويكون فضل ما بين المثلث المعمول على اط الشبيه بمثلث حدا الذى هو
مثل مثلث لطه هو مثل مثلث دط كما بين فى الشكل الحادى والاربعين
وذلك ما اردنا ان نبين وهنا لك استبان ان المثلث المعمول على
اط الشبيه بمثلث ده مساو للمثلث له ط مق كل خط يخرج مماسا للقطع مو
المكافى ويقع على القطر ثم يخرج من موضع التماس خط يقع فى داخل القطع
موازيا للقطر ويتعلم نقطة على اى موضع كان من القطع ويخرج منها خط
موازى للخط المماس فان الخط الذى اخرج موازيا للقطر يقطع ما يقع فى داخل
القطع من هذا الخط الذى اخرج موازيا للمماس بنصفين فليكن قطع مكافى
وقطره المخرج ا ده ونخرج خط اه مماسا للقطع ونخرج خط طه م على نقطة ه
موازيا لخط اد الذى هو القطر المخرج ونتعلم على القطع نقطة ما عليها ل
ونخرج خطا موازيا لخط اه عليه لهد واقول ان خط لد مساو لخط هد
وبرهان ذلك ان نخرج خطوط لم دحم على الترتيب فمن اجل ما
قد تقدم ذكره فى الصورة الثانية والاربعين يكون مثلث له مساويا



لسطح م المتوازى الاضلاع
ومثلث ه لسطح ح فيبقى
سطح ح المتوازى الاضلاع
مساويا لسطح ل د ح د ذى
الاربعة الاضلاع ونقص
من كليهما سطح م ح د د ذا
الخمسة الاضلاع فيبقى مثلث هد د مساويا للمثلث لد د وخط هد
موازيا للخط لم فخط د د مساو لخط لد وذلك ما اردنا ان نبين مز

كل خط يخرج مماسًا للقطع الزايد او الناقص او الدايرة ويقع على القطر
ويخرج من موضع التماس خط الى مركز الشكل فانه يقطع جميع الخطوط
التي تخرج موازية للخط المماس بنصفين فليكن قطع زايد او ناقص او



قطعة دايرة والقطر المجانب خط ا ب والمركز نقطة ح ويخرج خط ح ه مماسًا
للقطع ونصل خط ه ح ونخرجه على استقامة ونعلم نقطة ما على القطع
عليها د وعلى نقطة د نخرج خط د ط ع موازيًا للخط المماس فاقول ان
خط د ع مساو لخط ط ع فلنخرج خطوط د ر ك ح م ه على الترتيب موازية
لخطوط الترتيب فمن اجل ما تقدم بيانه في الصورة الثالثة والاربعين
يكون مثلث د ط ر مساويًا لسطح ل ر ب ذي الاربعة الاضلاع ومثلث
ع ط ك مساو لسطح ل ك ... ويبقى سطح ... ذي الاربعة الاضلاع مساو
لسطح ... ذي الاربعة الاضلاع ويلقى سطح ... المجسم المشترك
فيبقى مثلث ع ح ... مساويًا للمثلث ... وخط ... موازٍ لخط ... فخط د ع مساو
مثل ط ع وذلك ما اردنا ان نبين مج كل خط يخرج مماسًا لاحد مج
القطعين المتقابلين ويقع على القطر ويخرج من موضع التماس خط
يجوز على المركز ويقطع القطع الآخر فان الخط الذي يقع منه داخل

القطع

القطع ينصف الخط الذي يخرج من اي موضع كان من ذلك القطع موازيًا
للخط المماس بنصفين فليكن قطعان متقابلان قطرهما خط ا ب والمركز



نقطة ح وليكن خط ه ل مماسًا لقطع ا ونصل ل ح ونخرجه على استقامة
ونعلم نقطة على قطع ب عليها د ونخرج على نقطة د خطًا موازيًا لخط ل ه عليه
د ع فاقول ان خط د ط مساو لخط ط ع فلنخرج على نقطة ب خط ب ه مماسًا للقطع
فخط ب ه موازٍ لخط ل ه كما تبين في الشكل التاسع والثلاثين ولذلك ايضًا
يكون موازيًا لخط د ع فلان ب قطع زايد ومركزه نقطة ح وخط ب ه مماس له
و وصل خط ه ح ونعلم على القطع نقطة د واخرج عليها خط د ع موازيًا لخط
ب ه فمن اجل ما قد تقدم بيانه في القطع الزايد يكون خط د ط مساويًا لخط
مط ط ع وذلك ما اردنا ان نبين مط كل خط يخرج مماسًا للقطع المكافئ ويقع
على القطر ويخرج خط على موضع التماس خط موازٍ للقطر ويخرج خط من
راس القطع موازٍ لخطوط الترتيب الى ذلك الخط ويجعل نسبة الخط الذي
انقطع من الخط المماس بهذا الخط الى الخط الذي انقطع من الخط الموازي
للقطر من موضع التماس الى مسقط هذا الخط عليها كنسبة خط ما الى
ضعف الخط المماس فانه اذا اعلمت نقطة على القطع واخرج منها خط

موازٍ للخط المماس يقطع الخط الموازي للقطر كان مربع الخط الذي يكون
من موضع النقطة التي تعلمت الى الخط الموازي للقطر مساويا للسطح الذي
يكون من ضرب الخط الذي من ذلك الموضع الى القطر حيث التماس في الخط
الموجود فليكن قطع مكافئ قطره ب ح يتصل بخط ب د على استقامة ويكون خط

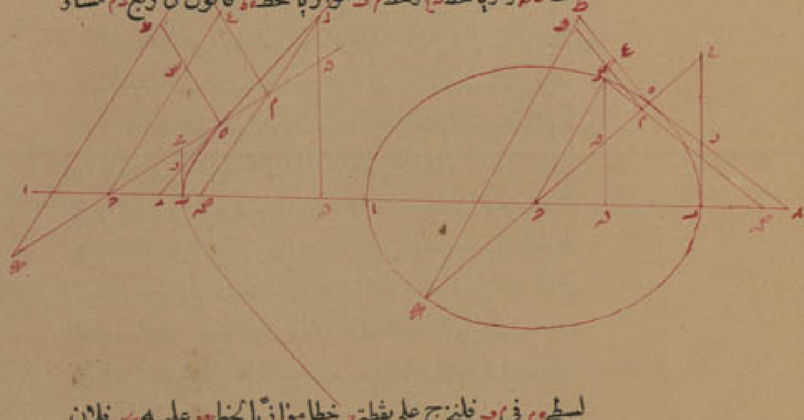


د ه مماسا للقطع ويخرج على نقطة د خطا موازيا لخط ب ه عليه د ه ويخرج
ز ب يوازي خطوط الترتيب ويجعل نسبة ه د الى د ب كنسبة خط ح الى ضعف
خط د ه ويتعلم نقطتا على القطع عليها ط ويخرج من نقطة ط خطا موازيا
للخط المماس عليه ط ل فنقول ان مربع ط ل مساو لسطح ط ل في ح واذا كان
خط د ا قطرا يكون خط ح الضلع القائم ويخرج خطي ط م ه د على الترتيب
فلان خط د ه مماس للقطع وخرج خط ه م على الترتيب يكون خط ب ه مساويا
لخط ب م وخط ه م مساويا لخط ط د فخط ه ب مساو لخط ب د ومثلث ه ب مساو
لمثلث ه ر د وتزيد سطح ه د م د مشتركا فسطح ه م د ذو الاربعة الاضلاع
مساو لسطح د م المتوازي الاضلاع ولمثلث ه ح م كما تبين في الشكل الثاني
والاربعين وينقص سطح ل د م د ذا الاربعة الاضلاع فيبقى مثلث
ط ل د مساويا للسطح ل ه المتوازي الاضلاع وزاوية ل و مساوية لزاوية
ط ل د فسطح ط ل في ل د ضعف سطح ل ه في ه و ولان نسبة ه د الى ح كنسبة
الى ضعف خط ه د ونسبة خط ه د الى د كنسبة ط ل الى ل د فنسبة ح الى ضعف
خط ط ل كنسبة ط ل الى ل د ولكن نسبة ط ل الى ل د كنسبة مربع ط ل في ل د ونسبة الى ح ل

خط

خط ح الى ضعف خط ط ل كنسبة سطح ح في ط ل الى ضعف سطح ط ل في
ل د واذا بدلنا النسبة كانت نسبة مربع ط ل الى سطح ط ل في ح كنسبة سطح ط ل في
ل د الى ضعف سطح ط ل في ل د ولكن سطح ط ل في ل د مثل ضعف سطح ل ه في ل
فمربع ط ل مساو لسطح ح في ط ل فيكون خط ح الخط القائم لقطر ط ل وذلك ما
ن اردنا ان نبين ن كل خط يخرج مماسا للقطع الزايد والناقص وقطعة
الدايرة ويقع على القطر ويخرج من موضع التماس خط الى المركز ويمد خطا
على استقامة في كلتي الجهتين ويخرج من راس القطع خط مواز لخطوط
الترتيب يقع على ذلك الخط ويجعل نسبة الخط المنفصل من الخط المماس
الذي فيما بين موضع التماس والخط الذي اخرج موازيا لخطوط الترتيب
الى الخط المنفصل من الخط المخرج من موضع التماس الى المركز الذي فيما
بين موضع التماس ومسقط الخط المخرج على الترتيب كنسبة خط ما
الى ضعف الخط المماس فانه اذا تعلمت نقطة على القطع واخرج منها خط
موازٍ للخط المماس يقع على الخط المخرج على المركز وموضع التماس فان الذي
يقوى على سطح قائم الزوايا مضافا الى الخط الموجود يكون عرضه الخط الذي
من مسقط ذلك الخط الى موضع التماس ويكون اما في القطع الزايد زائدا
سطحا شبيها بالسطح الذي يكون من ضرب الخط الموجود في ضعف الخط
الذي من المركز الى موضع التماس واما في القطع الناقص والدايرة يكون
ناقصا سطحا شبيها بذلك السطح فليكن قطع زايد وناقص ودايرة قطره
الجانب ا ب ومركزه ح والخط المماس له د ه ونصل ه ح ونخرجه من كلتي الناحيتين
على استقامة ونجعل خط ح و مساويا لخط ه ح ونخرج من نقطة ب خطا موازيا
لخطوط الترتيب عليه ب ح ومن نقطة ه عمودا على خط ه ح عليه ه ط ونجعل
نسبة د ه الى ح كنسبة ه ط الى الضعف ه ونصل ط و ونخرجه على استقامة
ونتعلم على القطع نقطة ل ونخرج منها خطا موازيا للخط ه عليه ل م ونخرج

خط له موازيا لخط ب وخط د موازيا لخط ا فاقول ان مربع ل م مساويا

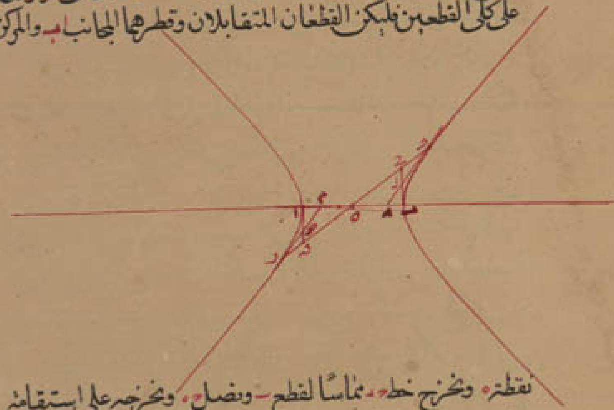


لسطح م ن فى ف فلنخرج على نقطة ه خطا موازيا لخط ده عليه ر ح فلان
خط ه ر مساو لخط ه ح ولنسبة ه ر الى ح كنسبة د ه الى ه ا يكون خط ه ح مساويا
لخط ه ا ولان نسبة ر ه الى ع كنسبة ا ه الى ضعف ه ونصف ه ا هو
خط ه ر فنسبة ه ر الى ع كنسبة ه ر الى ه د ولنسبة د ه الى ع كنسبة ل م
الى ف لتشابه المثلثين فنسبة ل م الى ف كنسبة ه ر الى ه ولان
مثلث ه ر ح فى القطع الزائد اعظم من مثلث د ب الذى هو مثل د كما
تبين فى الشكل الثالث والاربعين بمقدار مثلث ل د ر واما فى
القطع الناقص فاصغر بمقدار مثلث ل د ر كما تبين فى الشكل الثالث
والاربعين فاذا نحن طرحنا مثلث ه ر وسطح ... ذا الاربعة الاضلاع
فى القطع الزائد وطرحنا فى القطع الناقص مثلث ... كان عند ذلك
مثلث ل م ف مساويا لسطح ... ذى الاربعة الاضلاع لان مثلثى
... متساويين كما تبين فى الشكل الثالث والاربعين وخط ...
موازٍ لخط ه د وزاوية ل م ف مساوية لزاوية ... فسطح ل م فى ف مساو

لسطح ... فى كل خطى ... لان خط ه د ان وصل بخط ... على استقامة واخرج من
حيث ينتهى خط الى ... كانت اضلاع المثلث الحادث مكافية لاضلاع مثلث
ل م ف ولان نسبة ... الى ح كنسبة ... الى د وكنسبة ... الى ... يكون نسبة
... الى ... كنسبة ... الى ه واذا ركبنا النسبة كانت نسبة كلى خطى ...
الى ... كنسبة كلى ... الى د واذا ابدلنا النسبة كانت نسبة كلى ... الى كلى
... كنسبة ... الى د ولكن نسبة كلى ... الى كلى ... كنسبة سطح كلى
... فى ... الى السطح كلى ... فى ... ولكن نسبة ... الى ... كنسبة ... الى
وكنسبة ل م الى ف وكنسبة مربع ل م الى السطح ل م فى ف فنسبة سطح كلى ...
فى ... الى السطح كلى ... فى ... كنسبة ل م الى سطح ل م فى ف واذا ابدلنا
النسبة كانت نسبة سطح كلى ... فى ... الى مربع ... كنسبة سطح كلى ... فى
... الى السطح ل م فى ف ولكن سطح ل م فى ف مساو لسطح ... فى كلى ... ومربع
ل م مساو لسطح ... فى كلى ... وخط ... مساو لخط ... فمربع ل م مساو لسطح
م ف فى ف وذلك ما اردنا ان نبين نا كل خط يخرج مماسا لاحد
القطعين المتقابلين ويقع على القطر ويخرج من موضع التماس خط الى
المركز ويخرج الى القطع الاخر ويخرج من راس القطع خط موازٍ لخطوط
الترتيب يقع على الخط الذى خرج على نقطة التماس والمركز ويكون
نسبة قطعة الخط المماس التى فيما بين موضع التماس ومسقط الخط الذى
اخرج موازيا لخطوط الترتيب على الخط المماس الى قطعة الخط الذى خرج
من موضع التماس الى المركز الذى فيما بين موضع التماس ومسقط الخط
الذى اخرج موازيا لخطوط الترتيب على الخط الذى خرج من موضع التماس
الى المركز كنسبة خط ما الى ضعف خط المماس فان كل خط يخرج فى كل
واحد من القطعين المتقابلين الى الخط الذى خرج من موضع التماس الى
المركز ويكون موازيا للخط المماس يقوى على سطح مضافا الى الخط الموجود

وخط ... مساو لخط ... نا

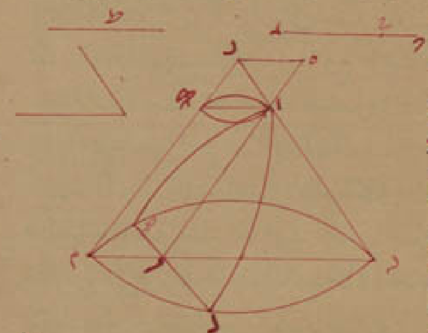
عرضه الخط الذى يخرج من هذا الخط الى موضع التماس بزيادة سطح شبيه
بالسطح الذى يكون من ضرب الخط الموجود فى الخط الذى يمر على المركز ويقع
على كلى القطعين فليكن القطعان المتقابلان وقطرهما المجانب اب والمركز



نقطة ه ونخرج خط حد مماسا للقطع ب ونصل حه ونخرجه على استقامة
ونخرج خط لى موازيا لخطوط الترتيب ونجعل نسبة له الى لى كنسبة طه
الى ضعف خط حه فالخطوط التى تخرج من قطع ب موازية لخط حه الى الخط
حه على استقامة يقوى على سطح مضاف الى خط لى عرضه الخط الذى
يكون من موضع مسقط هذه الخطوط الى موضع التماس بزيادة سطح
يكون من ضرب حه فى لى كما قد تبين ذلك فى الشكل الخمسين لان خط
حه ضعف خط حه واقول ان فى قطع دا ايضا يكون كذلك فنخرج على
نقطة د خطا مماسا لقطع ا عليه د ر ونخرج خط اد على الترتيب فلان
قطعى ا ب متقابلين وخطى د ر مماسين لهما يكون خط د ر مساويا لخط
ب ر وموازيا له كما تبين من الشكل التاسع والثلثين وخط ح مساو
لخط م لخط ه د مساو لخط د ر ولان نسبة له الى لى كنسبة خط ح الى الضعف
د الذى هو مثل د يكون نسبة م د الى د كنسبة ح الى الضعف د ر د

لان قطع اد القطع الزايد وقطره اب وخط د ر مماس له وخط اد مواز لخطوط
الترتيب نسبة م ر الى اد كنسبة ط الى الضعف د م يكون الخطوط المتوازية
لخط د ر التى تخرج من قطع اد الى خط د ه اذا اخرج على استقامة يقوى على
سطح قائم الزوايا يحيط به خط ه والخط المنفصل بتلك الخطوط الى ما يلى نقطة ه
بزيادة سطح شبيه بسطح د ر فى ه وذلك ما اردنا ان نبين واذ قد تبين
مما قدمنا ذكره فان كل خط يخرج فى القطع المكافى موازيا للقطر الاول
هو ايضا قطر فاما فى القطع الناقص والزايد والقطوع المتقابلة فكل
خط يخرج على المركز فهو قطر وفى القطع المكافى الخطوط التى تخرج الى جميع
الاقطار ويكون موازية للخطوط المماسة التى تخرج من راس تلك الاقطار تقوى
على السطوح القائمة الزوايا التى تضاف الى الخط القائم لذلك القطر و
يكون عرضها الخط الذى بين طرف ذلك القطر وموضع مسقط خطوط الترتيب
وفى القطع الزايد والقطوع المتقابلة يقوى خطوط الترتيب على تلك
السطوح بزيادة شكل الذى ذكرنا فى الشكل الثانى عشر وفى القطع الناقص
يقوى على تلك السطوح بنقصان الشكل الذى ذكرنا وتبين ان الذى
يعرض فى الاقطار الاول يعرض مثله فى ساير الاقطار فى القطوع الثلثة
فان طريق البرهان فيها طريق واحد نب اذا كان خط فى سطح احد طرفيه نب
معلوم كيف نجد فى ذلك السطح قطع المخروط الذى يقال له القطع المكافى
يكون قطره الخط المعلوم د وراسه منتهى ذلك الخط ويكون كل خط يخرج من
القطع الى القطر على زاوية معلومة يقوى على سطح قائم الزوايا يحيط به الخط
الذى يكون من موضع مسقط ذلك الخط الى راس القطع وخط اخر معلوم
فليكن خط معلوم عليه اب معلوم الطرف وهو موضع نقطة ا وليكن خط
اخر ايضا معلوم عليه حه ونجعل الزاوية المفروضة اولا زاوية قائمة
ونريد ان نجد قطعا مكافيا فى هذا السطح يكون قطره اب وراسه نقطة ا

والضلع القائم خط ح ه فيكون الخطوط التي تخرج على الترتيب تخرج على زوايا
قائمة من قطر ا ب حتى

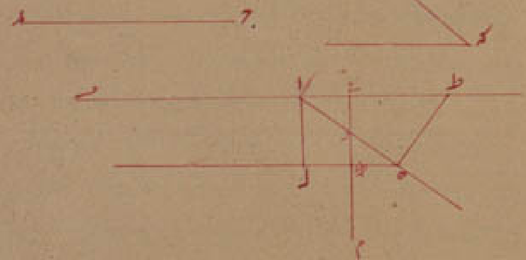


يكون خط ا ب بينهما
فليخرج خط ا ب على
استقامة الى نقطة ه
ويجعل خط ح ز مثل
ربع خط ح ه وليكن
خط ا ه اعظم من خط
ح ز وليكن خط ط وسطا
فيما بين خطي ه ا ح ز على نسبة فنسبة ه ا الى ح ز كنسبة مربع ط الى مربع ه ا
وخط ح ز اصغر من اربعة امثال خط ه ا فمربع ط اصغر من اربعة امثال مربع ه ا فخط
ط اصغر من ضعف خط ه ا فيكون لذلك خط ه ا مرتين اعظم من خط ط فقد
يمكن ان يعمل مثلثا من خطين مثل ه ا وخط مثل ط فليعمله على خط ه ا وهو مثلث
ه ا د ويكون قائما على السطح الموضوع على زوايا قائمة ويكون خط ه ا مساويا
لخط ا د وخط ط مثل خط د ه ونخرج خط ا ح موازيا لخط د ه وخط د ح موازيا لخط ه ا
ونتوهم مخروطا راسه نقطة د وقاعدته الدائرة التي قطرها خط ح ا وليكن
سطح الدائرة قائما على السطح الذي يخرج على سطح ا د ه على زوايا قائمة فيكون
عند ذلك المخروط قائما لان خط ا د مساو لخط د ح وليقطع المخروط بسطح
مواز للدائرة [illegible] ا ويحدث قطعا عليه ب ح م الذي هو دائرة قائمة على
سطح ه د ح على زوايا قائمة وليكن القطع المشترك لدائرة ب ح م ولمثلث د ه خط
ب م فخط ب م قطر للدائرة وليكن الفصل المشترك للسطح الموضوع الاول و
لدائرة ب ح م خط ح ل فلان دائرة ب ح م قائمة على السطح الموضوع وعلى مثلث
د ه ح على زوايا قائمة يكون خط ح ل الذي هو فصلهما المشترك قائما

على مثلث

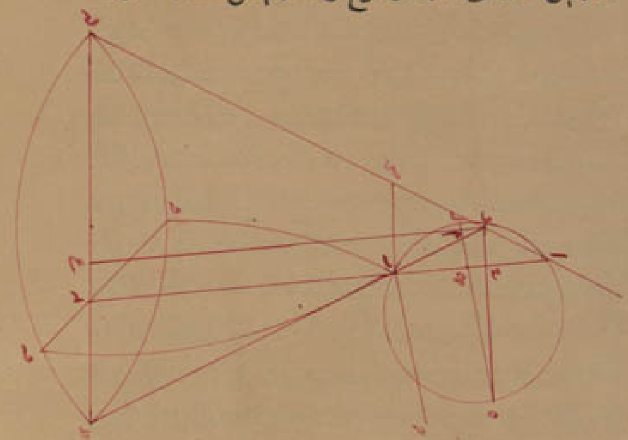
على مثلث د ه ا الذي هو في سطح مثلث ه د ا وعلى جميع الخطوط التي
تماسه وتخرج في سطح المثلث على زوايا قائمة ومن اجل ذلك يكون عمودا
على كل واحد من خطي ه د ا ب وايضا لان مخروطا قاعدته دائرة ب ح م ورأسه
نقطة د قطع بسطح قائم على سطح مثلث ه د ح على زوايا قائمة واحدث قطع دائرة
ب ح م وقطع ايضا بسطح اخر يقطع قاعدة المخروط على خط ح ل الذي هو عمود
على ب م وخط ه د هو الفصل المشترك لدائرة ب ح م ومثلث ه د ح والفصل
المشترك للسطح الموضوع ولمثلث ه د ح وهو خط ا ب الذي هو مواز لضلع
المخروط الذي عليه د ح والقطع الصنوبري الذي يكون في السطح الموضوع
هو قطع مكافئ وقطره خط ا ب والخطوط التي تخرج من القطع الى خط ا ب على
الترتيب تخرج اليه على زوايا قائمة لانها تكون موازية لخط ح ل الذي
هو قائم على خط ا ب وعلى زوايا قائمة ولان الخطوط الثلاثة متناسبة
خط ه د وخط ط وخط ه ا مساو لخط ا د ولخط د ح وخط ط مساو لخط د ه ويكون
[illegible] يكون نسبة ه د الى ح ز كنسبة ه ا الى ا د ونسبة ه د الى ا د كنسبة مربع
ه ا الى مربع ا د الذي هو مثل سطح ا د في خط ه د هو الضلع القائم للقطع
الحادث وقد تبين ذلك في الصورة الحادية عشرة وذلك ما اردنا ان
نبين يج ثم نجعل الزاوية غير قائمة ونثبت ما ذكرنا كله على حاله وليكن يج
الزاوية المعلومة زاوية ط ا ه وليكن نصف خط ح ه هو خط ا ك ونخرج
من نقطة ك الى خط ا ه عمودا عليه ك ه ونخرج من نقطة ه خطا موازيا لخط
ب ك عليه ه ل ونخرج من نقطة ا الى خط ه ل عمودا عليه ا ل ويقطع خط ه ل
بنصفين على نقطة [illegible] ونخرج من نقطة [illegible] عمودا على خط ه ل عليه [illegible]
على استقامة الى نقطتي [illegible] وليكن مربع ا ل مساويا لسطح [illegible] واذ
كنا قد وجدنا خطين وهما خطا [illegible] ونقطة [illegible] من خط [illegible] معلومة
[illegible] معلوم الطول وزاوية [illegible] قائمة فانا نجد قطعا مكافئا يكون قطره

خط هـ ل وراسه نقطة ك وضلعه القائم خط ح ه على مثل ما قد بينا ذكره



وسيجوز على نقطة ا من اجل ان مربع ا ل مساو لسطح ا ه في ح م ويكون
خط ه ا مماسا للقطع من اجل ان خط ه ح مساو لخط ه ل كما تبين في الشكل
الثالث والثلثين وخط ط ا موازٍ لخط ح ل لخط ا ب قطر للقطع والخطوط
التي يقع عليه من القطع ويكون موازية لخط ا ه ينفصل بنصفين لخط
ا ب ويكون وقوعها على زاوية مساوية لزاوية ط ا ه ولان زاوية ا ه ط
مساوية لزاوية ا ل د والزاوية التي عند نقطة ا مشتركة يكون مثلثا
شبيها بمثلث ا ح د فنسبة ط ا الى ا ح كنسبة د ا الى ا ح فنسبة ضعف
ا ط الى ضعف ا ه كنسبة د ا الى ا ح وهي نسبة ح د الى ضعف ا ه فمن اجل
ما تقدم بيانه في الشكل التاسع والاربعين يكون خط ح د الضلع
القائم لقطر ا ب وذلك ما اردنا بيانه ند ا ذا كان خطان معلومان ند
احدهما يقطع الاخر على زوايا قائمة واخرج احدهما على استقامة
مما يلي الزاوية واردنا ان نجد على الخط المخرج قطع المخروط الذي يقال
له القطع الزايد في ذلك السطح اعني سطح الخطين حتى يكون الخط المخرج
قطرا لذلك القطع وراسه النقطة التي التقى عليه الخطان عند الزاوية

القائمة ويكون الخطوط التي تخرج الى القطر من القطع على الترتيب على
زوايا معلومة يقوى على سطح قائم الزوايا يكون مضافا الى احد الخطين
الاولين عرضه الخط المنفصل من قطر قطع الخط المخرج على الترتيب مما يلي
راس القطع بزيادة سطح شبيه بالسطح الذي يكون من ضرب الخطين
الاولين احدهما في الاخر وموضوع كوضعه فليكن الخطان المعلومان



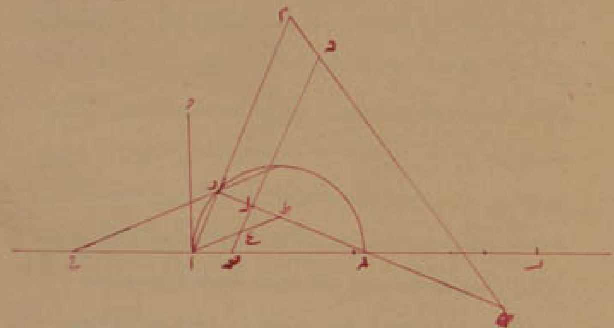
اللذان يقطع احدهما الاخر على زاوية قائمة خطا ا ب ب ح ونخرج خط ا ب على
استقامة الى نقطة د ونريد ان نجد في سطح ا ب ح قطعا صنوبريا زايدا يكون
قطره المجانب خط ا ب وراسه نقطة ب وضلعه القائم خط ب ح ويكون الخطوط
التي تخرج الى خط ب د على الترتيب على زاوية مفروضة يقوى على السطوح
المضافة الى خط ب ح التي عرضها الخطوط التي من مواضع وقوعها على القطر
الى نقطة ب بزيادة سطح شبيه بسطح ا ب في ب ح وموضوع كوضعه فليكن
الزاوية المفروضة اولا قائمة ونقيم على خط ا ب سطحا قائما على السطح
الموضوع على زوايا قائمة وندير على خط ا ب دايرة في ذلك السطح عليها

ا ر حتى يكون نسبة سهم قوس ا د ب الى تمام القطر ليست باعظم من نسبة
ا ب الى ب ح ونقطع قوس ا ه بنصفين على نقطة ه ونخرج من نقطة ه عمودا
على خط ا ب عليه ه ح ونخرجه الى نقطة ل فخط ه ل قطر فان كانت نسبة
ا ب الى ب ح كنسبة ه ح الى ح ل استعملنا نقطة ل وان لم يكن كذلك جعلنا
نسبة ا ب الى ب ح كنسبة ه ح الى خط اصغر من خط ح ل وهو خط ح م ونخرج
من نقطة م خطا موازيا لخط ا ب عليه م ذ ونصل ا ذ ه ذ ذ ب ونخرج من نقطة ب
خطا موازيا لخط ا ذ في سطح دائرة ا د ب عليه ب س ونخرج ا ذ حتى يلقاه على
نقطة س فلان قوس ا ه مساوية لقوس ه ب يكون زاوية ا ذ ه مساوية لزاوية ب ذ ه
ولكن زاوية ا ذ ه مساوية لزاوية ذ س ب وزاوية ه ذ ب لزاوية ذ ب س فزاوية ذ ب س
لزاوية ذ س ب فخط ذ ب مساو لخط ذ س ونتوهم مخروطا راسه نقطة ذ وقاعدته
دائرة قطرها ب س قائمة على سطح مثلث ب ذ س على زوايا قائمة فيكون لذلك المخروط
قائما لان خط ذ ب مساو لخط ذ س فنخرج خط ذ ح ح ط ونقطع المخروط بسطح مواز
لدائرة ب س فيكون القطع دائرة ح ط د ويكون قطرها خط ح ط والخط المشترك
للسطح الموضوع اولا ولدائرة ح ط خط د ر وهو عمود على كل واحد من خطي
ح ط ه ل لان كل واحدة من دائرتي ح ط د قائمة على مثلث ح د ط على زوايا
قائمة والسطح الموضوع اولا هو قائم على مثلث ح ط على زوايا قائمة
بفصلهما المشترك ايضا هو قائم على ح ط وعلى كل الخطوط المماسة
التي تقع في ذلك السطح على زوايا قائمة ولان مخروطا قاعدته دائرة
ح ط د وراسه نقطة ذ وقطع بسطح ح ط د الذي يجوز على السهم وقطع بسطح
اخر وهو السطح الموضوع على خط د ر الذي هو عمود على سطح ذ ط د ويفصل
المشترك الذي لهذا السطح الموضوع ولمثلث ذ ط د هو خط ه ا الذي اذا
اخرج على استقامة لقي خط ب د اذا اخرج على استقامة على نقطة ا فيكون
لذلك القطع هو القطع الزائد الذي عليه ف ب ق وراسه نقطة ب ويكون

الخطوط

الخطوط التي تخرج الى الخط على الترتيب على زوايا قائمة لانها متوازية لخط
ف د ق ولان نسبة ا ب الى ب ح كنسبة ه ح الى ح م ونسبة ه ح الى ح م كنسبة
م ح الى ح د التي هي نسبة سطح م ح في ح د الى مربع ح د فنسبة ا ب الى ب ح كنسبة
سطح م ح في ح د الى مربع ح د وسطح م ح في ح د مثل سطح ا ح في ح ب فنسبة ا ب الى
ب ح كنسبة سطح ا ح في ح ب الى مربع ح د ونسبة سطح ا ح في ح ب الى مربع ح د مركبة
من نسبة ا ح الى ح د ومن نسبة ب ح الى ح د ولكن نسبة ا ح الى ح د كنسبة ا ه الى
ه د وكنسبة ر ح الى ح د ولكن نسبة ب ح الى ح د كنسبة ر ح الى ح ط فنسبة
ا ب الى ب ح مركبة من نسبة ر ح الى ح د ومن نسبة ر ح الى ح ط التي هي مثل
نسبة مربع ر ح الى سطح ح د في ح ط فنسبة ا ب الى ب ح كنسبة مربع ر ح الى سطح
ح د في ح ط فنسبة ا ب الى ب ح كنسبة مربع ر ح الى سطح ح د في ح ط وخط ر ح مواز
لخط ا ب فخط ا ب هو القطر المجانب وخط ب ح الضلع القائم كما قد تبين ذلك
في الصورة الثانية عشر وذلك ما اردنا ان نبين مه ثم لا يكون الزاوية مه
المفروضة قائمة وليكن الخطان المفروضان اللذان يحيطان بزاوية
قائمة خطا ا ب ا ه والزاوية المفروضة زاوية ب ا ط ونريد ان نخط القطع الزائد
فيكون قطره المجانب خط ا ب والضلع القائم خط ا ه والخطوط التي تخرج
على الترتيب يكون خروجها على مثل زاوية ط ا ب فنقطع خط ا ب بنصفين فنقطع
على نقطة د ونعمل على خط ا د نصف دائرة عليه ا ر د ونخرج قطر ا ب على
استقامة ونخرج منه خطا ما الى نصف الدائرة موازيا لخط ا ط عليه
ر ح حتى يكون نسبة مربع ر ح الى سطح د ح في ح ا كنسبة ا ه الى ا ب ونصل
د ط ه ونخرجه على استقامة ونجعل خط د ح مساويا لخط د ه وليكن خط
د ل وسطا فيما بين خطي د ه د ط على نسبة ونصل خط د ا وننفذه على استقامة
وليكن سطح ل د في د م مساويا للمربع د ا ونصل ه م ونخرج من نقطة ل عمود
على خط ه د عليه ل د ونخرجه على استقامة الى نقطة ص فقد حدث خطان

معلومان ان احدهما يقطع الاخر على زوايا قائمة وهما ه ا ا د فنرسم عليهما
قطعا زائدا يكون قطره المجانب خط ه ا والضلع القائم خط ا د والخطوط التي
تخرج الى القطر من القطع على الترتيب وتخرج على زوايا قائمة يقوى على
على السطوح التي تكون من خط ا د في قطع القطر التي يقطعها الخطوط
مما يلي نقطة ا بزيادة سطوح شبيهة بسطح ه ا في ا د فينتهي القطع الى نقطة ا
لان مربع ا د مساو لسطح ا ب في ب م فخط ا ط يماس القطع من اجل ان سطح د ه
في د ا مساو لمربع د ا وقد تبين في الشكل الرابع والثلثين ان ذلك اذا
كان كذلك فان خط ا ط يماس القطع من اجل ويكون خط ا ب قطر للقطع لانه
يمر بمركزه ولان نسبة د ا الى الضعف ا ب الذي هو خط ا ب كنسبة مربع ب ح
الى سطح ه ب في ح ا واذا اصيرنا ضعف ا ط وسطا صارت نسبة د ا الى الضعف
ا ب مركبة من نسبة د ا الى الضعف ا ط ومن نسبة ضعف ا ط الى الضعف ا ب التي
هي كنسبة ط ا الى ا ب وكنسبة ب ح الى ح ه فنسبة د ا الى ا ب مركبة من نسبة
د ا الى الضعف ا ط ومن نسبة ب ح الى ح ه ونسبة مربع ب ح الى سطح ه ب في ح ا مركبة



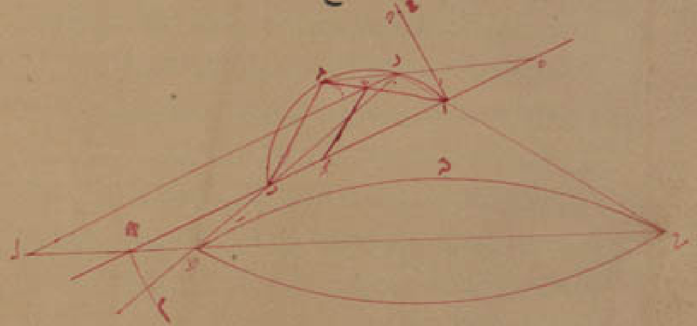
من نسبة ب ح الى ح ه ومن نسبة ب ح الى ح ا والنسبة المركبة من نسبة د ا الى

ضعف

ضعف ا ط ومن نسبة ب ح الى ح ه هي النسبة المركبة من نسبة ب ح الى ح ا ومن نسبة
ب ح الى ح ه ويطرح نسبة ب ح الى ح ه المشترك فيبقى نسبة د ا الى الضعف ا ط
كنسبة ب ح الى ح ا ونسبة ب ح الى ح ا كنسبة ه ا الى ا ص فنسبة د ا الى الضعف ا ط
كنسبة د ا الى ا ص واذا كان هذا على مثل ما ذكرنا كان خط ا د هو الخط
القائم لقطر ا ب كما قد بينا في الشكل الخمسين وذلك ما اردنا ان نبين

نو

نو اذا كان خطان معلومان ذوا نهاية احدهما قائم على الاخر
على زوايا قائمة كيف نجد قطع المخروط الذي يقال له القطع الناقص
في سطحهما ويكون قطره احد الخطين وذا راس النقطة التي عند الزاوية
القائمة ويكون الخطوط التي تخرج من القطع الى القطر على الترتيب على زوايا
مفروضة يقوى على السطوح التي تكون من ضرب الخط الاخر في القطع التي
يقطعها الخطوط المخرجة على الترتيب من القطر التي تلي راس القطع بنقصان
سطح شبيه بالسطح الذي يكون من ضرب احد الخطين الاولين المفروضين
المعلومين احدهما في الاخر وموضوع كوضعه فليكن الخطان المعلومان



خطا ا ب ا ح احدهما قائم على الاخر على زوايا قائمة واطولهما خط ا ب ونريد

ان نخط في السطح الموضوع قطع المخروط الذي يقال له الناقص ويكون قطره
خط ا ب وراسه نقطه ا والضلع القائم خط ا ح والخطوط التي تخرج من القطع
الى قطر ا ب على الترتيب على زاوية مفروضة يقوى على السطوح المضافة الى
خط ا ح وعرضها الخطوط التي تنفصل من خط ا ب مما يلي نقطة ا ينقصان سطح شبيه
بسطح ب ا في ا ح وموضوع كوضعه فليكن الزاوية المفروضة اولا قائمة ونقيم
على خط ا ب سطحا قائما على السطح الموضوع على زوايا قائمة في سطحه على
خط ا ب قطعة دائرة عليها ا د ب وموضوع وسطها نقطة د ونصل ا د ب د ونجعل
خط ا ه مساويا لخط ا ح ونخرج من نقطة ه خطا موازيا لخط د ب عليه ه ح ونخرج
من نقطة ح خطا موازيا لخط ا ب عليه ح ز ونصل ه ز ونخرجه حتى يقع على
خط ا ب اذا اخرج على استقامة على ط فيكون نسبة ا ب الى ا ح كنسبة ا ط
الى ط ه وكنسبة ا ط الى ط ح وكنسبة ه د الى د ح ونصل ا د د ب ونخرجهما على استقامة
ونتعلم على خط د ا اذا اخرج نقطة ح كيف ما وقعت ونخرج منها خطا
موازيا عليه ح ل يقع على خط ا ب اذا اخرج على استقامة على نقطة ل فلان
قوس ا د مساوية لقوس د ب يكون زاوية ا ب د مساوية لزاوية د ا ب ولان زاوية
ه د ا مساوية لكلتي زاويتي د ا ب ا ب د وزاوية ا ه د مساوية لزاوية ه د ب وزاوية
د ه ا مساوية لزاوية د ب ا فزاوية ه د ا مساوية لزاوية د ب ا التي هي مثل
زاوية ب د ه وخط ه د موازي لخط ل ح فزاوية ه د ا مساوية لزاوية ح ط د وزاوية
ه د ب مثل زاوية د ط ح فكذلك يكون زاوية ح ط د مساوية لزاوية د ط ح
فخط د ح اذن مثل د ط ونديرة دائرة على خط ط ح عليها ح ط د قائمة على
سطح مثلث ط ح د على زوايا قائمة ويكون ط ح قطرا لها ونتوهم مخروطا
قاعدته دائرة ح ط د وراسه نقطة د فيكون المخروط قائما من اجل ان خط
ح د مساو لخط د ط ولان دائرة ح ط د قائمة على سطح ط ح د والسطح الموضوع
اولا قائم ايضا على سطح ط ح د على زوايا قائمة فيكون الفصل المشترك للسطح

الاول

الاول الموضوع ولسطح ط ح د قائما على سطح ح ط د على زوايا قائمة فليكن ذلك
خط ه م فخط ه م قائم على كل واحد من خطي ا ب ح ط على زوايا قائمة ولان مخروطا
قاعدته دائرة ح ط د وراسه نقطة د قطع بسطح يجوز على السهم واحدث قطع
ح ط د وقطع ايضا بسطح اخر على خط ه م وهو السطح الموضوع اولا الذي
يجوز على نقطة ا وخط ه م قائم على خطي ح ط على زوايا قائمة ويقع على السطح
على ضلعي المخروط الذي عليهما ح د ط يكون القطع لذلك هو القطع الناقص
وقطره خط ا ب ويكون الخطوط التي تخرج على الترتيب تخرج على زوايا قائمة
لانها يكون موازية لخط ه م ولان نسبة ه د الى د ح كنسبة سطح ه د في د ا الذي
هو مثل سطح ب ه في ه ا الى مربع ه د يكون ذلك مثل النسبة المركبة من نسبة
ب ه الى ه د ومن نسبة ا ه الى ه د ولكن نسبة ب ه الى ه د كنسبة ب ط الى ط ح
ونسبة ا ه الى ه د كنسبة ا ل الى ل ح التي هي مثل ل ا الى ل ح فنسبة ب ا
الى ا ح مركبة من نسبة ب ط الى ط ح ومن نسبة ط ا الى ا ح التي هي مثل نسبة
مربع ا ط الى السطح ح ط في ط ا فنسبة ب ا الى ا ح كنسبة مربع ط ا الى سطح ح ط في
ط ا واذا كان ذلك كذلك يكون خط ا ح الضلع القائم للشكل كما تبين
في الشكل الثالث عشر والقطر للقطع ا ب وذلك ما اردنا ان نبين فق
واذا اثبتنا الصورة على حالها فليكن خط ا ب اصغر من خط ا ح ونريد ان
نخط قطعا ناقصا على قطر ا ب ويكون ضلعه القائم خط ا ح ونقطع خط ا ب
بنصفين على نقطة ه ونخرج من نقطة ه خطا قائما على خط ا ب على زوايا قائمة
عليه د ه ونجعل مربع د ه مساويا لسطح ب ا في ا ح ونجعل خط د ه ونخرج خط مساويا لخط ا ه
د ح موازيا لخط ا ب ونجعل نسبة ا ح الى ا ب كنسبة د ه الى د ح فخط د ه اعظم
من خط د ح ولان سطح ح ا في ا ب مثل مربع د ه يكون نسبة ح ا الى ا ب كنسبة
مربع د ه الى مربع ا ب وكنسبة مربع د ه الى مربع ه ا ونسبة ح ا الى ا ب كنسبة
ه د الى د ح فنسبة ه د الى د ح كنسبة مربع ه د الى مربع د ا ولكن مربع ه ا مثل

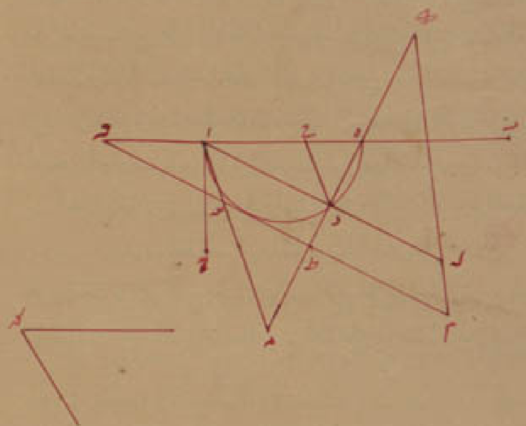
لسطح د ه في ه ه فنسبة ه د الى ب ج كنسبة سطح د ه في د ه الى مربع ا ه فخطا ه د ب ج
معلومان ذوا نهاية واحدهما قائم على صاحبه على زوايا قائمة
وخط د ه اعظم من خط ب ج فنخط قطع مخروط يقال له الناقص ويكون قطره
الجانب خط ه د وضلعه القائم ب ج فيجوز القطع على نقطة ا من اجل ان



نسبة سطح د ه في ه ه الى مربع ا ه كنسبة ه د الى ب ج التي هي نسبة القطر
الجانب الى الضلع القائم الذي بين في الشكل الحادي والعشرين وخط
ا ه مساو لخط د ب فيجوز القطع على نقطة ب فقد رسم قطع ناقص على خط ب
ا ه ولان نسبة د ا الى ب كنسبة مربع د ه الى مربع ا ه و د مربع د ا مساو لسطح
ا ه في ب فنسبة د ا الى ب كنسبة مربع د ه الى سطح ا ه في ب فخط ا ه ضلع
قائم وذلك ما اردنا ان نبين تم ثم لا يكون الزاوية المفروضة
قائمة وليكن مساوية للزاوية ب ا ه ويقطع خط ا ب بنصفين على نقطة ه و
ونخط نصف دائرة على خط ا ه عليه ا د ونخرج فيه خطا موازيا لخط
ا ه عليه د ج حتى يكون نسبة مربع د ج الى سطح ا ج في ج ه كنسبة خط ا الى ضعف
خط ا ه الذي هو خط ا ب ونصل ه د ونخرج على استقامته حتى يلقى خط
نقطة ه ولنخرج فيما بين خطي [illegible] خطا على نسبة وهو خط د ط ونجعل خط
ه ه مساويا لخط ط ونجعل سطح ه في ل مساويا لمربع ا ونصل ه ا ونخرج
من نقطة ط عمودا على خط ه د عليه ط م فيكون موازيا لخط ا د من اجل ان

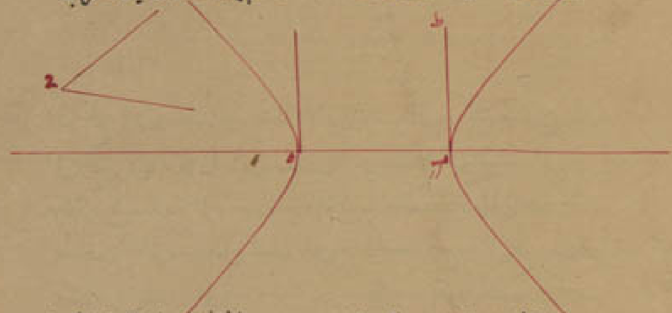
الزاوية

الزاوية عند نقطة قائمة قلنا خطان معلومان ذوا نهاية احدهما قائم
على الآخر على زوايا قائمة عليهما ه ط ط م فنخط قطعا صنوبريا ناقصا يكون
قطره الجانب ه ط والضلع القائم ط م والخطوط التي تخرج الى خط ه ط على الترتيب
تخرج على زوايا قائمة والقطع يقع على نقطة ا من اجل ان مربع د ا مساو لسطح
ط د في د ه ولان ا ه مساو لخط [illegible] و ا ه مثل ه ب يقع ايضا القطع على نقطة
ب فيكون مركزه نقطة ه وقطره خط ا ه ب وخط د ا يماس القطع من اجل



ان سطح ه ه في ه د مساو لمربع د ا ولان نسبة د ا الى ب كنسبة مربع ب ج
الى سطح ا ج في ج ه فاذا صيرنا ضعف ا ه وسطا كانت نسبة ا د الى ب
مركبة من نسبة ا د الى ضعف ا ه ومن نسبة ضعف ا ه الى ب ونسبة
ضعف ا ه الى ب مثل نسبة د ا الى ا ه ونسبة مربع ب ج الى سطح ا ج في ج ه
مركبة من نسبة ب ج الى ج ه ومن نسبة ب ج الى ج ا يكون النسبة المركبة
من نسبة ا د الى [illegible] ومن نسبة ب ج الى ضعف ا ه ومن د ا الى ا ه

النسبة المركبة من نسبة دح الى ح ه ومن نسبة دح الى ح ا ولكن نسبة د ا الى
اه كنسبة دح الى ح ه فاذا نقصنا هذه النسبة المشتركة بقى نسبة د ا الى
ضعف اه كنسبة دح الى ح ا الذى هو مثل نسبة د ا الى اه فاذا كان ذلك
كذلك كان خط ا ه هو الضلع القائم كما تبين فى الشكل الخمسين وذلك
ما اردنا ان نبين نط اذا كان خطان معلومان ذوا نهاية احدهما نط
قائم على الاخر على زوايا قائمة كيف نجد قطعين زائدين متقابلين يكون
قطرهما احد الخطين ورؤسهما طرفا الخط والخطوط التى تخرج فى كل قطع
على الترتيب تخرج على زوايا قائمة مفروضة ويقوى على سطح مضافا الى
الخط الاخر القائم عرضه الخطوط التى من موضع مسقط خطوط الترتيب
الى راس القطع بزيادة سطح يكون شبيها بالسطح الذى يكون من ضرب
الخطين المعلومين احدهما فى الاخر فليكن الخطان المعلومان خطا ب ه
ب ط احدهما قائم على الاخر على زاوية قائمة ويكون الزاوية المعلومة
زاوية ح ونريد ان نخط قطعين متقابلين زائدين على احد خطى ب ه ب ط و
يكون الخطوط التى تخرج على الترتيب تخرج على مثل زاوية ح فيكون
لنا خطان معلومان وهما خطا ب ه ب ط نخط عليهما قطعا زائدا قطره الخط



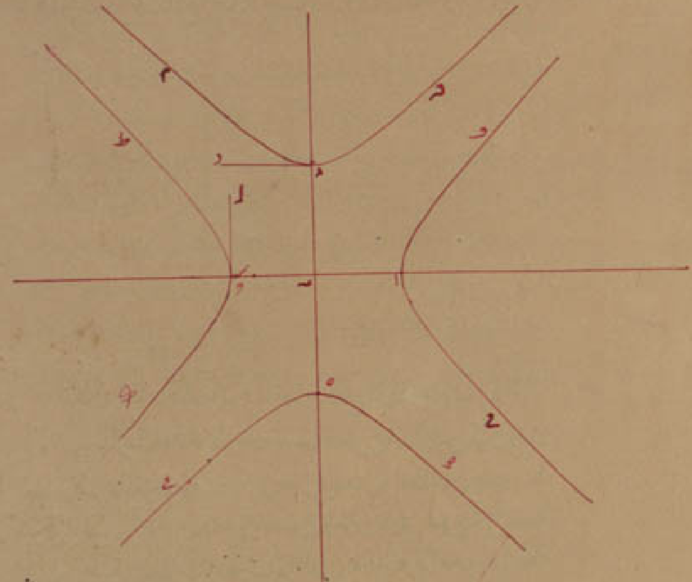
ب ه والخط القائم ب ط والخطوط التى تخرج من القطعين الى الخط المتصل

بخط

بخط ب ه على استقامة تخرج على زاوية مثل ح ولكن ح وقد قدمنا كيف
ينبغى ان نخط ذلك ونخرج من نقطة ه عمودا على خط ب ه عليه ه د مساويا
لخط ب ط ونخط مثل ذلك ايضا قطعا اخر زائدا عليه ب د وقطره الخط
خط ب ه وضلعه القائم خط ه د والخطوط التى تخرج من القطع على الترتيب
تخرج على زاوية مثل زاوية ح المفروضة فبين ان القطوع متقابلة و
قطرهما واحد والاضلاع القائمة متساوية وذلك ما اردنا ان نبين

س اذا كان خطان معلومان ذوا نهاية يقطع كل واحد منهما الاخر بنصفين س
على زاوية ما كيف نجد كل واحد منهما قطعين متقابلين يكون ذينك
الخطان قطراهما المزدوجين ويكون قطر القطعين المتقابلين يقوى على
شكل القطعين الاخرين وقطر القطعين الاخرين يقوى على شكل القطعين
الاولين فليكن الخطان المعلومان اللذان يقطع كل واحد منهما صاحبه
بنصفين خطا ا ه ح د فينبغى ان نخط على كل واحد منهما قطعين متقابلين
حتى يكون ا ه ح د قطرين مزدوجين لهما ويكون ح د يقوى على الشكل الذى
على ا ه و ا ه يقوى على الشكل الذى على ح د فليكن ربع ح د مساويا للسطح
ا ه فى ه ل وليكن ا ه عمودا الخطان معلومان ذوا نهاية احدهما قائم على

الاخر على زوايا قائمة وهما خطا ا ه و د ل نخط عليهما قطعين متقابلين عليهما
فاح ط ه كما بيّنا قبل وقطرهما المجانب خط ه ا والقائم ا ل والخطوط التي
يخرج من القطوع الى خط ه ا تخرج على زاوية مفروضة ويكون خط ه قطرا
ثانيا للقطوع المتقابلة لانه لا يجوز على مركز ب ونقسم بنصفين على نقطة
ب وهو متناسب للقطر المجانب والضلع القائم فيما بينهما وليكن ايضا



مربع ا ه مساويا لسطح ه ف ه ر وليكن خط ه د عمودا على ه فخطان معلومان
احدهما قائم على الاخر على زوايا قائمة وهما ه د ه ر نخط عليهما قطعين
متقابلين عليهما ه د ح ه ر وقطرهما المجانب خط ه ه والضلع القائم ه د
والخطوط التي تخرج من القطوع على الترتيب تخرج الى ه ه على زاوية

مثل زاوية ف ر و ويكون خط ا ه قطرا ثانيا لقطعي ه د ه ر فاه يقطع الخطوط
الموازية لخط ه ه التي فيما بين ه ا و ط ه بنصفين وخط ه ه يقطع الخطوط
الموازية لخط ا ه بنصفين فلنسمّ هذه القطوع المزدوجة وقد تبين ما اردنا
ان نبين تمت المقالة الاولى من كتاب بلونيوس في المخروطات وهي
ستون شكلا والله الحمد حق حمده و
صلواته على محمد النبي وآله
وسلم تسليما كثيرا

خط ب ه محيط قطع زائد قطره ب ا ومجانبه ا ب ومنتصف المجانب نقطة ه
واخرجنا من نقطة ب وهي راس القطع عمودًا على ا ب وفصلنا منه مثل ا ب وهو
ب ح ووصلنا ه ح واخرجناه على استقامة بغير نهاية واخرجنا محيط القطع
بغير نهاية فاقول ان هذا الخط المستقيم يقرب ابدًا من محيط القطع ولا
يلقاه لانا نفرض على محيط القطع نقطة د ونخرج منها عمودًا على القطر وليكن
د ر ونخرجه على الاستقامة فلان زاوية ب من مثلث ه ب ح قائمة وزاويتا
ه ح قائمتان معًا وبان ان كل واحدة منهما نصف قائمة وزاوية ر
قائمة فعمود د ر يلقى الخط المستقيم وليكن على نقطة ط ونخرج من نقطة ح ايضًا
عمودًا على الخط المستقيم وهو عمود ح ل فلان زاوية ح ه ل نصف قائمة و
زاوية ه ل ح قائمة يبقى زاوية ه ح ل نصف قائمة فـ ط ر مثل ر ه فخط ه ر ط اذا
فرض خطا مستقيمًا قد قسم بقسمين معًا وبين على ر وبمختلفين
على د فضرب ط د في د ه مع مربع ر د مثل مربع ر ه اعني مربع ر ط وايضًا قد قسم
بنصفين على نقطة ه وزيد فيه خط ب د فضرب ا د في د ب مع مربع ه ب مثل
ه د فضرب ا د في د ب مع مربع ب ه مثل ضرب ط د في د ه مع مربع ر د لكن ضرب ا د
في د ب مثل مربع د ر لكونه خط الترتيب فيبقى مربع ه ب مثل ضرب ط د في
ه ط فنسبة ط د الى ب ه كنسبة ه ب الى ط ه و ط د اعظم من ه ط ولان زاوية
نصف قائمة فخط ه ل مثل ح ل فمربع ه ح مثل مربعي ه ل ح ل فهو ضعف مربع ح ل
لان زاوية ط نصف قائمة [illegible] قائمة يبقى [illegible] نصف قائمة [illegible] مثل [illegible]
فمربع [illegible] مثل مربعي [illegible] فهو ضعف مربع [illegible] فضعف مربع ح ل اعظم
من ضعف مربع [illegible] فضعفه وهو مربع ح ه اعظم من ضعفه وهو مربع [illegible] فخط
ح ل اعظم من [illegible] ولذلك لو فرضنا على محيط القطع نقطة [illegible] واخرجنا منها
عمودًا على القطر وهو [illegible] واخرجناه على الاستقامة حتى يلقى الخط [illegible] ثم
على نقطة [illegible] واخرجنا من نقطة [illegible] عمودًا على الخط المستقيم وهو [illegible] فانا نبين

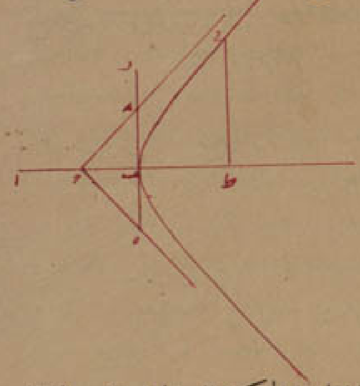
ونخرج من نقطة ح عمودًا على الخط المستقيم وهو ح ل

اعظم [illegible] نصف قائمة يبقى [illegible]

كما بيّنا ان ح ط اعظم من ه ر فقد بان ان الخطين يتقاربان ابدًا فاقول
انهما لا يلتقيان والا فليلتقيا على نقطة ر فنخرج منها عمودًا ر س
فلان خط ر س مثل س ح لما امرنا فضرب ا س في س ب مثل مربع س ر لكونه
خط الترتيب اعني مربع س ح اعني ضرب ا س في س ب مع مربع ه ب فضرب ا س في س ب
مع مربع ه ب مثل ضرب ا س في س ب هذا خلف فالخطان لا يلتقيان وذلك
ما اردنا بيانه

المقالة الثانية من كتاب ابلونيوس في المخروطات الاشكال

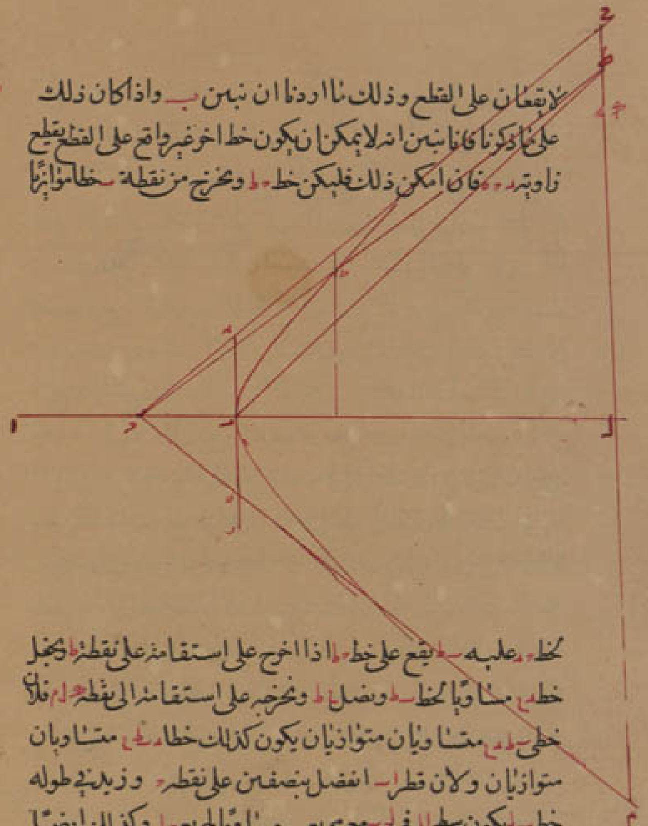
١ كل خط يخرج من نقطة من القطع الزائد مماسا للقطع وينفذ على استقامة
من كلتي جنبتي القطر الذي يخرج من تلك النقطة ويكون مربع كل واحد من قسميه
مثل ربع الشكل الذي يكون من ضرب ذلك القطر في الخط القائم له فان
الخطوط التي تخرج من مركز القطع الى منتهى طرفي الخط المماس لا يقع على



القطع فليكن قطع زائد
قطره اب ومركزه نقطة ج
والضلع القائم خط بز
ونخرج خطا على نقطة ب
مماسا للقطع عليه ده
ونجعل كل واحد من مربعي
ب د ب ه مساويا لربع سطح
اب في بز ونصل ج د ج ه
ونخرجهما على استقامة
فاقول انهما لا يقعان على القطع فان امكن ذلك فليقع خط ج د على القطع
على نقطة ح ونخرج من نقطة ح خطا على الترتيب عليه ح ط وهو مواز لخط د ب
فلان نسبة اب الى بز كنسبة مربع اب الى سطح اب في بز وربع مربع اب هو مثل
ربع مربع اب ومربع ب د مثل ربع سطح اب في بز فنسبة اب الى بز كنسبة
مربع ج ب الى مربع ب د وكنسبة مربع ج ط الى مربع ط ح ونسبة اب الى بز كنسبة
مربع ج ب الى مربع ب د وكنسبة مربع ج ط الى مربع ط ح ونسبة اب الى بز كنسبة سطح
ا ط في ط ب الى مربع ط ح كما تبين في الشكل الحادي والعشرين من المقالة الاولى
فنسبة مربع ج ط الى مربع ط ح كنسبة سطح ا ط في ط ب الى مربع ط ح فسطح ا ط في ط ب
مساو لمربع ج ط وذلك ما لا يمكن فليس يقع اذا خط ج د اذا اخرج على استقامة
على القطع وكذلك ايضا نتبين ان خط ج ه لا يقع على القطع وكلا خطي ج د ج ه

لا يقعان

لا يقعان على القطع وذلك ما اردنا ان نبين ب واذا كان ذلك ب
على ما ذكرنا فانا نبين انه لا يمكن ان يكون خط اخر غيره واقع على القطع يقطع
زاوية د ج ه فان امكن ذلك فليكن خط ج ط ونخرج من نقطة ب خطا موازيا



لخط ج ه عليه ب ل يقع على خط ج ط اذا اخرج على استقامة على نقطة ط ونجعل
خط ب م مساويا لخط ب ل ونصل ج م ونخرجه على استقامة الى نقطة ك فلان
خطي ب ل ب م متساويان متوازيان يكون كذلك خطا د ب ب ه متساويين
متوازيين ولان قطر اب انفصل بنصفين على نقطة ج وزيد في طوله
خط ب ل يكون سطح ا ل في ل ب مع مربع ب ج مساويا لمربع ج ل وكذلك ايضا
لان خط ط م مواز لخط د ه وخط د ب مساو لخط ب ه يكون خط ط ل مساويا لخط
ل م ولان خط ط م انفصل بنصفين على نقطة ل وبقسمين مختلفين على
نقطة ح يكون سطح م ح في ح ط مع مربع ح ل مساويا لمربع ل ط ولان خط ط م [illegible]
لخط ب ه يكون خط ج ه اطول من خط ب ه ولكن خط ج ه اعظم من خط ب ه لان
خط ل م اعظم منه فسطح م ح في ح ط اعظم من سطح د ب في ب ه الذي هو مثل

مربع ه س فلان نسبة قطر ا ب الى ب ا القائم كنسبة مربع ه س الى مربع ب ه ونسبة
ا ب الى ب د كنسبة سطح ا د في د س الى مربع ا ه كما تبين في الشكل الحادي والعشرين
من المقالة الاولى ونسبة مربع ه س الى مربع ب ه كنسبة مربع ه ل الى مربع ل ي ونسبة
مربع ه ل الى مربع ل ي كنسبة سطح ا د في د س الى مربع ا ه فيلقى من مربع ل ه سطح ا د في
د س ومن مربع ل ي مربع ه ل فيكون نسبة مربع ه س الباقي الى سطح ا ه في ه ج الباقي
كنسبة مربع ه ل الى مربع ل ي التي هي كنسبة مربع ه س الى مربع ب ه فمربع ب ه مساو
لسطح ا ه في ه ج وذلك مما لا يمكن لانه قد تبين انه اعظم منه فليس خط ه ي بغير
واقع على القطع وذلك ما اردنا ان نبين ج وههنا لك استبانا ان
ضرب ا ه في ه ج مثل مربع ب ه الذي هو ربع ضرب القطر المجانب في الضلع
القائم ج كل خط يماس القطع الزايد على اي نقطة كانت فانه اذا اخرج
على استقامته وقع على كل واحد من الخطين اللذين لا يقعان على القطع
وينقسم في موضع التماس بنصفين ويكون مربع كل واحد من قسميه مساويا
لربع الشكل المضاف الى القطر المخرج من نقطة التماس الذي عرضه الخط
القائم فليكن قطع زايد عليه ا ب ومركزه نقطة د ويكون الخطان اللذان
لا يقعان على القطع خطي د ه د ج وليماسه خط ط ح على نقطة ب فاقول انه اذا اخرج خط
ط ح على استقامته وقع على خطي د ه د ج فان امكن غير ذلك فلا يقع عليهما
ونصل خط د ب ونخرجه على استقامته ونجعل خط د ر مساويا لخط ب د ونخط
قطر القطع ونجعل كل واحد من مربعي ب ط ب ح مساويا لربع السطح الذي يضاف
الى قطر ب ر ويكون عرضه الضلع القائم ونصل خطي د ط د ح فلا يقعان على القطع
وذلك مما لا يمكن لان خطي د ه د ج اللذان لا يقعان على القطع فاذا خط ط ح
اذا اخرج على استقامته وقع على خطي د ه د ج اللذين لا يقعان على القطع على
نقطتي ه ج واقول ان مربعي كل واحد من خطي ب ه ب ج مساو لربع السطح المضاف
الى قطر ب ر وعرضه الضلع القائم فان لم يكن كذلك وامكن غيره فليكن

ربع ذلك السطح مساويا لكل واحد من مربعي ب ط ب ح فيكون لذلك كل واحد
من خطي ط ه ح ج غير واقع
على القطع وذلك مما
لا يمكن فاذا كل واحد
من مربعي ب ه ب ج مساو
لربع السطح المضاف
الى خط ب ر الذي عرضه
الضلع القائم وقد
تبين من هذا ان نسبة
مربع ب د الى مربع ب ه
كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم وذلك ما اردنا ان نبين د
اذا كان خطان معلومان يحيطان بزاوية ونعلم داخل تلك الزاوية نقطة
كيف نجد قطعا زايدا يجوز على تلك النقطة ولا يكون خطا تلك الزاوية يقعان
على ذلك القطع وان اخرجا الى ما لا نهاية فليكن خطان عليهما ا ب ا ج يحيطان
بزاوية وهي زاوية ا ونعلم نقطة ما وهي نقطة د ونريد ان نرسم قطعا زايدا
يجوز على نقطة د ويكون داخلا بين خطي ا ب ا ج ولا يقعان عليه فنصل ا د ونخرجه
الى نقطة ه ونجعل ه ا مساويا لخط ا د ونخرج من نقطة د خطا موازيا لخط ا ج عليه
د ر وليكن خط ا ر مساويا لخط ر د ونصل ر د ونخرجه على استقامته الى نقطة
نقطة ب وليكن مربع ر ب مساويا لسطح د ه في ح ونخرج خط ا د ونرسم عليه
قطعا زايدا على نقطة د حتى يكون الخطوط التي تخرج في القطع على الترتيب تقوى
على السطوح المضافة الى ح بزيادة سطح شبيه بالذي يكون من ضرب ه د في
ح فلان خط د ر موازٍ لخط ا ب وخط ب ر مساو لخط ا ر يكون خط ب د مساويا
لخط د ب فمربع ب ا ربعة امثال مربع ب د ولكن مربع ب د مساو لسطح د ه في ح

واحد من مربعى د د ب مثل ربع سطح د ه فى ح نخطا ا ب لا يقعان على القطع
الزايد وذلك ما
اردنا ان نبين م
كل خط يقطعه قطر
القطع المكافى او الزا
بنصفين فان الخط
الذى يخرج مماسا
للقطع عند طرف
القطر يكون موازيا
لذلك الخط فليكن
قطعا مكافى او زايد
عليه ا ب ه قطره مع ما يخرج منه د ب ه ويكون خط د ب ح مماسا للقطع و
نخرج خطا ما فى القطع عليه ا ه ويكون ا ه مساويا لخط د ه فاقول ان خط ا
موازى لخط د ح فان لم يكن
كذلك فلنخرج من نقطة
ا خطا موازيا لخط د ح
عليه ط ا ونصل ط ا فلان
قطع ا ب مكافى او زايد
وقطره مع ما اخرج منه
د ب ه وخط د ح مماس
له وخط ا ط موازى للمماس يكون ط ه مساويا لخط ه ط كما تبين فى الشكل السادس
والاربعين والسابع والاربعين من المقالة الاولى وخط ه ا مثل خط ه ا
فخط ا ط موازى لخط ه د وذلك ما لا يمكن لانه يقع على خط ه ا اذا اخرج على استقامة

كما تبين فى الشكل الثانى والعشرين من المقالة الاولى وذلك ما اردنا ان
نبين ق كل خط يقطعه قطر القطع الناقص وقطر الدايرة بنصفين ولا
يجوز على المركز فان الخط الذى يخرج من طرف القطر مماسا للقطع يكون موازيا
له فليكن قطع ناقص او دايرة قطره ا ب ويكون خط ا ب يقطع خط د ا الذى
ليس يجوز على المركز بنصفين على نقطة ه
فاقول ان الخط الذى يخرج مماسا للقطع
من نقطة ا هو موازى لخط د ه فان لم يكن
ذلك كذلك فليكن الخط الموازى لخط
الذى يخرج من نقطة ا هو خط د ح لخط
م ح مساو لخط ح كما تبين فى الشكل
السابع والاربعين من المقالة الاولى
وخط د ه مساو لخط ه د فخط د ه موازى لخط
ا ب وذلك ما لا يمكن لانه ان كانت نقطة ح مركز القطع يكون خط د ه
يقع على قطر ا ب وان لم يكن ح مركزا للقطع فانا نجعل المركز نقطة ح ونصل
د ح فلان خط د ه مساو لخط ه ط و د ه مساو له د يكون د ط موازيا لخط
ا ب وخط د ه ايضا كذلك وذلك ما لا يمكن فالخط الذى يخرج على
نقطة ا مماسا للقطع موازيا لخط د ه وذلك ما اردنا ان نبين ن كل
خط يماس خطا صنوبريا او دايرة ويخرج فى داخل ذلك القطع خط موازيا
له فان الخط الذى يخرج من موضع التماس الى ذلك الخط فيقطعه بنصفين
هو قطر لذلك القطع فليكن قطع صنوبرى او دايرة عليه ا ب ه ويكون الخط
المماس خط د ح ويخرج خط ا ه موازيا لخط د ح ويقطع ا ه بنصفين على نقطة
ه ونصل ب ه فاقول ان ب ه قطر القطع فان لم يكن كذلك فليكن القطر
خط ب ط لخط ا ه مثل خط ط ه وذلك ما لا يمكن لان خط ا ه مساو لخط ه فليس

ب ط قطر للقطع وكذلك نبين انه ولا خطا اخر سوى خط د ه وذلك انا اردنا
ان نبين ح كل خط يقع على القطع
الزايد على موضعين فانه اذا اخرج
على استقامته الى كلتي الناحيتين
يقع على الخطين اللذين لا يقعان
على ذلك القطع ويكون لقسمان
منه اللذان يقعان فيما بين القطع
والخطين اللذين لا يقعان على القطع
متساويين فليكن قطع زايد عليه ا ب ه والخطان اللذان لا يقعان عليه
خطي د ه د ز وليقع خط ما على القطع
ا ب ه وهو خط ا ه فاقول
ان خط ا ه اذا اخرج الى كلتي
الجهتين يقع على الخطين اللذين
لا يقعان على القطع ويرهان
ذلك ان نقسم ا ه بنصفين على
على نقطة ح ونصل د ح فيكون خط د ح قطرا للقطع قد اخرج على استقامته
فالخط الذي يخرج من نقطة ب مماسا للقطع هو مواز لخط ا ه كما تبين في الشكل
الخامس من هذه المقالة فليكن الخط المماس خط ط ك فبين انه يقع على
الخطين الذين لا يقعان على القطع اللذين هما د ه د ز فلان خط ا ه مواز
لخط ط ك وخط ط ك يقع على خطي د ه د ز فخط ا ه يقع على خطي د ه د ز فليقع على
نقطتي ر و وخط ط ب مساو لخط ب ك كما تبين في الشكل الثالث من هذه
المقالة فيكون خط ر ح مساويا لخط ح و ولذلك ايضا يكون خط ا ر مساويا
لخط ه و وذلك ما اردنا ان نبين ط كل خط يقع على الخطين اللذين

لا يقعان

لا يقعان على القطع الزايد وينقسم بنصفين بالقطع الزايد فانه على نقطة
واحدة فقط يقع على القطع
ومثال ذلك ان خط ه د وقع
على الخطين اللذين لا يقعان
على القطع فانفصل بنصفين
بالقطع الزايد على نقطة ه فاقول
انه لا يقع على القطع على نقطة
اخرى فان امكن ذلك فليقع
على نقطة ب فخط ه ب مساو لخط
ب د وذلك ما لا يمكن لان خط ه ه كان مثل خط فليس يمكن ان يقع على نقطة
اخرى على القطع وذلك ما اردنا ان نبين ي كل خط يقع القطع الزايد
ويقع على كل واحد من الخطين اللذين لا يقعان على القطع فان السطح
الذي يكون من ضرب احد الخطين اللذين فيما بين الخطين والقطع في
باقي الخط مساو لربع السطح الذي يكون من ضرب القطر الذي يقطع الخط
المخرج على موازاة الخط القاطع للقطع بنصفين بنصفين في الخط القائم
فليكن قطع زايد عليه ا ب ه وخطان لا يقعان عليه وهما خطا د ه د ز ويخرج
د ر يقطع القطع والخطين ويقطع ا ه بنصفين على نقطة ح ونصل د ح ويجعل
ه ط مثل ب ه ويخرج من ب عمودا على خط ط ب عليه ب م وليكن الخط القائم
لهذا القطر خط ب ط قطر وخط ب م ضلع قائم فاقول ان كل واحد من
سطحي ا في ا د و د ه في ح د مساو لربع سطح ط ب في ب م ويخرج خطا مماسا
للقطع من نقطة ب عليه ه ط فتبين انه مواز لخط د ر ولانه قد تبين في الشكل
الثالث من هذه المقالة ان نسبة ط ب الى ب م كنسبة مربع ب ك الى مربع ب ه التي
هي نسبة مربع ه ح الى مربع د ر ونسبة ط ب الى ب م كنسبة سطح ط ح في ح د الى مربع

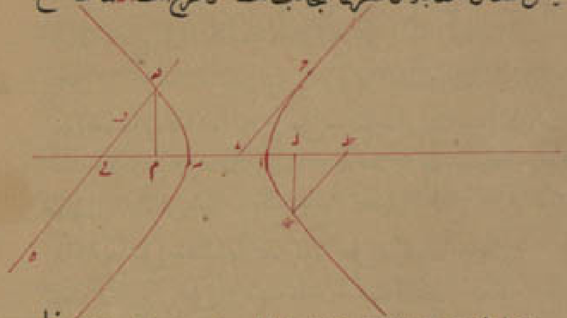
كما تبين في الشكل الحادي والعشرين من المقالة الاولى فلان نسبة مربع ه ح الى
مربع ح ح كنسبة ما يبقى
من احدهما اذا طرح منه
سطح ط ح في ح ب الى ما
يبقى من الاخر اذا طرح
منه مربع ا ح فيبقى نسبة
مربع ه د الى سطح د ا في ا د
كنسبة مربع ه ح الى مربع
ح د التي هي نسبة مربع ه
الى مربع ر ه فسطح د ا في
ا د مساو لمربع ح ه وكذلك
يتبين ايضا ان سطح د ه في د ه مساو لمربع ب ل ولكن مربع ح د مساو لمربع
ب ل فسطح د ا في ا د مساو لسطح د ه في د ه وذلك ما اردنا ان نبين يا
كل خط يقع الخطين اللذين يحيطان بالزاوية التي تلي الزاوية المحيط بها
الخطان اللذان لا يقعان على القطع الزايد فانما يقع على القطع على نقطة
واحدة فقط ويكون السطح الذي يكون من ضرب ذلك الخط في تتمة الذي
يلي القطع مساويا لربع المربع الذي يكون من القطر الذي يخرج موازيا لذلك
الخط القاطع فليكن قطع زايد والخطان اللذان لا يقعان عليه خطا ا د
ا د ونخرج د ا الى نقطة ه ومن نقطة ما وهي نقطة ه نخرج خط ه ر فقطع خطي ا
ا د فنبين انه اذا اخرج على استقامة قطع القطع على نقطة واحدة فقط لان
الخط الذي يخرج من نقطة ا موازيا لخط ه ر كمثل ا ب يقطع زاوية ا د ويقع على
القطع ويكون قطرا له كما بين في الشكل الثاني من هذه المقالة فخط ه ر يقع
على القطع اذا اخرج على نقطة واحدة لانه لو وقع على نقطتين لالتقى القطر

كما قد تبين في الثاني والعشرين من المقالة الاولى فليقع على نقطة ح فاقول
ان سطح ه ح في ح ر مساو
لمربع ا ب ونخرج على نقطة
ح خطا على الترتيب عليه
ط ح د فالخط الذي يخرج
من نقطة ب مماسا للقطع
يكون موازيا لخط ط ح
فليكن خط ح ب فلان
خط ح ب مساو لخط ب ه
يكون نسبة مربع ه ا الى
هو مثل سطح ه ب في ب ه
الى مربع ب ا مركبة من نسبة ه ب الى ب ا كنسبة ط ح الى ح د والنسبة مركبة
من نسبة ط ح الى ح د ومن نسبة ه ح الى ح ه والنسبة المركبة من نسبة ط ح الى ح د
ومن نسبة ه ح الى ح ه وهي كنسبة سطح ه ح في ح ط الى سطح ه ح في ح د كما تبين
ذلك في الاشكال التي قدمت قبل هذا الكتاب فنسبة سطح ه ح في ح ط
الى سطح ه ح في ح د كنسبة مربع ه ب الى مربع ب ا واذا ابدلنا النسبة كانت
نسبة سطح ه ح في ح ط الى مربع ه ب كنسبة سطح ه ح في ح د الى مربع ا ب ولكن سطح
ه ح في ح ط قد تبين الذي قبل هذا انه مساو لمربع ه ب فسطح ه ح في ح د مساو
لمربع ا ب وذلك ما اردنا ان نبين يب كل خطين يخرجان من نقطة من القطع
الزايد اي نقطة كانت يحيطان باي زاوية كانت ويقعان على الخطين
اللذين لا يقعان على القطع فانه اذا اخرج من نقطة اخرى من القطع اي
نقطة كانت خطان موازيان لهما كان الذي يكون من ضرب الخطين الاولين
احدهما في الاخر مساويا للذي يكون من ضرب الخطين الموازيين لهما احدهما

و ه الى ه ا ولكن نسبة ه
الى ه ا
ونسبة ه ب الى ب ا كنسبة ه ح الى ح
نسبة مربع ه ب الى مربع ب ا مركبة

فى الاخر فليكن قطع زايد والخطان اللذان لا يقعان عليه خطا ا ب ت
ونتعلم نقطة ما على القطع
وهى نقطة ه ونخرج منها
خطين يقعان على خطى
ا ب ت عليهما ه د ز ونتعلم
نقطة اخرى على القطع
عليها ح ونخرج من نقطة
ح خطين موازيين لخطى
د ه ز عليهما ط ح ك
فاقول ان سطح ه د فى ه ز
مساو لسطح ط ح فى ح ك
فصل ح ونخرجه على استقامة الى نقطتى ا ل فلان سطح ا ه فى ه ل مساو لسطح
ا ح فى ح ل يكون نسبة ا ح الى ا ه كنسبة ه ل الى ح ل ولكن نسبة ا ح الى ا ه كنسبة
ح ط الى ه د ونسبة ه ل الى ح ل كنسبة ه ز الى ح ك فنسبة ح ط الى ه د كنسبة ه ز الى
ح ك فضرب ه د فى ه ز مساو لسطح ط ح فى ح ك وذلك ما اردنا ان نبين كج
كل خط يخرج فيما بين القطع والخطين اللذين لا يقعان على القطع فانه
يقع على القطع على موضع واحد فقط فليكن قطع زايد والخطان اللذان
لا يقعان عليه خطا ا ب ت ونتعلم نقطة ما عليها ه ونخرج من نقطة ه خطا موازيا
لخط ا ب عليه ه د فاقول انه اذا اخرج على استقامة وقع على القطع فى
موضع واحد فقط فان امكن الا يقع عليه فانا نتعلم نقطة ما على القطع
عليها ح ونخرج من نقطة ح خطين موازيين لخطى ا ب ا ت عليهما ح ط ولكن
سطح ا ه فى ه د مساويا لسطح ح ط فى ح ط ونصل ا د ونخرجه على استقامة فهو
يقع على القطع كما تبين فى الشكل الثانى من هذه المقالة فليكن موضع سقطه

على نسبتهما وقيا ما ا د فان نسبة الباقى وهو ب ما الى الباقى وهو كنسبة د
الكل وهو ب ا الى الكل وهو ا د فنسبة مربع ب ا الى مربع ا د كنسبة مربع
ب ا الى مربع ا د ولان مربع ا د مساو لسطح ب ا فى ا د يكون نسبة ب ا الى ا د
كنسبة مربع ب ا الى مربع ا د التى هى نسبة مربع ب ا الى مربع د د ونسبة مربع
ب د الى مربع د د كنسبة مربع ب د الى مربع ب ح ونسبة ب ا الى ا د كنسبة سطح
ب ا فى ا م الى سطح د ا فى ا م فنسبة مربع ب د الى مربع د ح كنسبة سطح ب ا فى ا م الى
سطح د ا فى ا م فاذا بدلنا كانت نسبة مربع ب د الى سطح ب ا فى ا م كنسبة مربع د ح
الى سطح د ا فى ا م ولكن مربع ب ح مساو لسطح د ا فى ا م من اجل ان القطع مكافى
وخط ب ح خط ترتيب فمربع ب د مساو لسطح ب ا فى ا م والضلع القائم للشكل هو
خط ا م والقطر خط ا ب والخط الذى على الترتيب خط ب د فالقطع يمر على
نقطة د ويقع خط ب د على القطع على نقطة د وذلك ما اردنا ان نبين كج
كل خط مستقيم يماس احد القطعين المتقابلين ونتعلم نقطة فى داخل القطع
الاخر ونخرج منها خطا موازيا للخط المماس فان ذلك الخط يقع على القطع فى الجهتين
فليكن قطعان متقابلان قطرهما المجانب خط ا ب ونخرج خط د ه مماسا للقطع



ا ه ونتعلم نقطة فى داخل القطع الاخر عليها ه ونخرج من نقطة ه خطا موازيا
لخط د ه عليه ه د فاقول ان خط ه د اذا اخرج الى كلتى الجهتين يقع على

القطع فلانه قد استبان ان خط ه د اذا اخرج على استقامة وقع على
قطر ا ب المجانب وهو مواز لخط ه ر فخط ه د اذا اخرج على استقامة وقع على
القطر فليقع على نقطة ح ويجعل خط ا ك مساويا لخط ح ب ونخرج من نقطة
ط خطا موازيا لخط ه د عليه ط م ونخرج خط ه ك على الترتيب ونجعل
خط ح ر مساويا لخط ك ل ونخرج خط ر د على الترتيب ونخرج خط ح د على استقامة
فلان خط ه ك مواز لخط ر د وخط ه ح مواز لخط ح د وك ح خط واحد مستقيم
فمثلث ه ط ك شبيه بمثلث ح ر د ونجعل خط ه ل مساويا لخط ر د ومن اجل
ذلك يكون مربع ه ك مساويا لمربع ر د ولان خط ط ك مساو لخط ح ر وخط
ا ك لخط ب ح وخط ا ب مشترك يكون خط ب ك مساويا لخط ا ح فسطح ب ك في
ك ا مساو لسطح ا ح في ح ب فنسبة سطح ب ك في ك ا الى مربع ه ك كنسبة سطح
ا ح في ح ب الى مربع ح د ~~كنسبة سطح ا ح في ح ب الى مربع ح د~~ ولكن نسبة
سطح ب ك في ك ا الى مربع ه ك هي نسبة القطر المجانب الى الضلع القائم و
سطح ا ح في ح ب الى مربع ح د كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم فنقطة
د على القطع فخط ه د اذا اخرج وقع على القطع على نقطة وكذلك يتبين
انه اذا اخرج الى الناحية الاخرى وقع على القطع وذلك ما اردنا ان
كط نبين كط كل خط مستقيم يخرج من مركز القطعين المتقابلين فيقطع
احد القطعين فانه اذا اخرج على استقامة الى الناحية الاخرى قطع
القطع الاخر فليكن قطعان متقابلان قطرهما المجانب خط ا ب ومركزهما
نقطة ح وليكن خط ح د يقطع قطع ا د فاقول انه يقطع القطع الاخر
اذا اخرج على استقامة فنخرج د ه على الترتيب ونجعل خط ب ز مساويا
لخط ا ه ونخرج ز ح على الترتيب فلان ه ا مساو لخط ب ز وخط ا ب مشترك
فسطح ب ه في ه ا مساو لسطح ا ز في ز ب وكان نسبة سطح ب ه في ه ا الى مربع
د ه التي هي نسبة القطر المجانب الى الضلع القائم كما تبين في الشكل الحادي

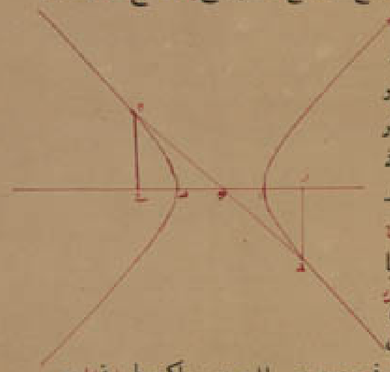
والعشرين

والعشرين ونسبة سطح ا ز في ز ب الى مربع ز ح كنسبة القطر المجانب الى الخط
القائم ونسبة سطح ب ه في ه ا الى مربع د ه كنسبة سطح ا ز في ز ب الى مربع ز ح و
لكن سطح ب ه في ه ا مساو لسطح ا ز في ز ب فمربع د ه مساو لمربع ز ح فلان خط
ه د مساو لخط ز ح وخط ه ح مساو لخط ز ح وخط ه ح مستقيم وخط ه د مواز لخط
ز ح يكون د ح خطا مستقيما ويقطع خط د ح القطع الاخر وذلك ما اردنا
ان نبين ل كل خط يخرج من المركز الى القطع الناقص والى المقطوع ل



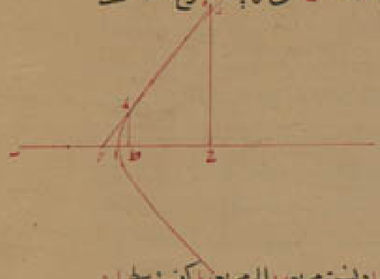
فيقع على القطع عن جنبتي المركز فان ذلك الخط ينقسم بنصفين على المركز
فليكن قطع ناقص او قطعان متقابلان وقطرهما خط ا ب وموضع المركز
نقطة ح ونخرج خط د ح ه على المركز فاقول ان خط د ح مساو لخط ح ه فلنخرج
خطي د ز ه ط على الترتيب فلان نسبة سطح ب ز في ز ا الى مربع ز د التي هي نسبة القطر
المجانب الى الخط القائم ولكن نسبة سطح ا ط في ط ب الى مربع ط ه هي نسبة القطر
المجانب الى الضلع القائم فنسبة سطح ب ز في ز ا الى مربع ز د كنسبة سطح ا ط في
ط ب الى مربع ط ه وعلى خلاف ذلك نسبة سطح ب ز في ز ا الى سطح ا ط في ط ب
كنسبة مربع ز د الى مربع ط ه ونسبة مربع ز د الى مربع ط ه كنسبة مربع د ح الى
مربع ح ه فنسبة سطح ب ز في ز ا الى سطح ا ط في ط ب كنسبة مربع د ح الى مربع ح ه
واذا بدلنا كانت نسبة سطح ب ز في ز ا الى مربع د ح كنسبة سطح ا ط في ط ب الى

مربع ب ن و مربع ن د في القطعين المتقابلين مساو لسطح ب ر في ا د مع مربع ا د و
اما مربع ن ا فمثل سطح ا ح في ح ا مع مربع ح ب فيكون نسبة سطح ب ر في ا د الى سطح
ب ر في ا د مع مربع ا د كنسبة سطح ا ح في ح ا الى سطح ا ح في ح ا مع مربع ح ب واذا قلنا
كانت نسبة سطح ب ر في ا د مع مربع ا د الى مربع ا د كنسبة سطح ا ح في ح ا مع مربع ح ب الى
مربع ح ب ولكن سطح ب ر في ا د مع مربع ا د مثل مربع ن د وسطح ا ح في ح ا مع مربع ح ب
مثل مربع ن ا فنسبة مربع ن د الى مربع ا د كنسبة مربع ن ا الى مربع ح ب واذا قلنا
كانت نسبة مربع ا د
الى مربع ن د كنسبة
مربع ح ب الى مربع ن ا و
اما في القطع الناقص
فان نسبة سطح ب ر في
ا د الى مربع ن د كانت
كنسبة سطح ا ح في ح ا
الى مربع ن ا واذا ركبنا
صارت نسبة سطح ب ر
في ا د مع مربع ن د الى



مربع ن د كنسبة سطح ا ح في ح ا مع مربع ن ا الى مربع ن ا ولكن سطح ب ر في ا د مع
مربع ن د هو مثل مربع ا د وسطح ا ح في ح ا مع مربع ن ا مثل مربع ا ن فيكون نسبة
مربع ا د الى مربع ن د كنسبة مربع ح ا الى مربع ن ا ومربع ا د مساو لمربع ن د ويكون
ايضا مربع ن د مساو لمربع ن ا فخط ن د مساو لخط ن ا وخط ا د يتوازيان فخط ا د
مساو لخط ن د وذلك ما اردنا ان نبين لا كل خط يخرج من نقطة من قطر القطع
الزايد الذي يسمى المجانب الى موضع كان من القطع الزايد ويكون موضع تلك
النقطة من ذلك القطر مما يلي راس القطع ليس باقل من نصف القطر المجانب ثم

ذلك الخط اذا اخرج على استقامة وقع داخلا في القطع فليكن قطع زايد
وقطره المجانب خط ا ب ونتعلم عليه نقطة د ولا يكون خط د ب اقل من نصف
خط ا ب ولنخرج خط د ه وليقع على القطع فاقول ان خط د ه اذا اخرج على استقامة
وقع داخلا في القطع فان لم يقع كذلك فليكن خارجا من القطع مثل د و
ونخرج من نقطة ما منه وهي نقطة ز خط ز ح على الترتيب ونخرج خط ه ط على
الترتيب ايضا وليكن
اولا خط ا ب مساويا لخط
ب د فلان نسبة مربع ز ح
الى مربع ه ط اعظم من نسبة
مربع د ح الى مربع د ط ونسبة
مربع د ح الى مربع د ط كنسبة
مربع ح ب الى مربع ب ط من



اجل ان الخط ب د مواز لخط ه د ونسبة مربع ب ح الى مربع ب ط كنسبة سطح ا ح
في ب ح الى سطح ا ط في ط ب من اجل ما تبين في الشكل الحادي والعشرين كنسبة
مربع ز ح الى مربع ه ط اعظم من نسبة سطح ا ح في ح ب الى سطح ا ط في ط ب وعلى
تبديل النسبة يكون نسبة مربع ز ح الى سطح ا ح في ح ب اعظم من نسبة مربع
ه ط الى سطح ا ط في ط ب وان نحن فصلنا يكون نسبة مربع ب ح الى سطح ا ح في ح ب اعظم
من نسبة مربع ب ط الى سطح ا ط في ط ب لان مربع ب ح هو فضل مربع ح د على سطح ا ح
في ح ب لان خط ا ب قسم على نقطة د بنصفين وزيد فيه ب ح وكذلك مربع ب ط هو فضل مربع
سطح ا ط في ط ب وذلك ما لا يمكن فليس خط د ه بواقع خارجا من القطع ولكن
داخلا منه ومن اجل ذلك يكون جميع الخطوط التي تخرج من اي نقطة تكون
بعدها من نقطة ب اكثر من بعد مركز د من الناحية التي تقع داخلا
في القطع لانها تقطع لا محالة خط د ه وذلك ما اردنا ان نبين لب

ه د هو فضل مربع

كل خط يخرج على راس اى قطع كان من قطع المخروطات موازيا لخطوط الترتيب
فان ذلك الخط مماس لذلك القطع كما قد تبين فى الشكل السابع عشر واقول
انه لا يمكن ان يخرج فيما بينه وبين القطوع خط سواه من راس القطع فليكن
اولا قطع صنوبرى الذى يسمى المكافى وقطره ا ب ونخرج من نقطة ا خط ا ج
موازيا لخطوط الترتيب فقد تبين فيما قبل انه يقع خارجا من القطع فاقول
انه لا يمكن ان يخرج من نقطة ا خط فيما بين هذا الخط الذى هو خط ا ج وبين
القطع فان امكن ذلك فليقع خط ا د ونتعلم عليه نقطة ما عليها د و
نخرج د ه على الترتيب ونجعل خط ا ز الخط القائم فلان نسبة مربع د ه الى مربع
ه ا اعظم من نسبة مربع ج ه الى مربع ه ا ومربع ج ه مساو لسطح ز ا فى ا ه يكون
نسبة مربع د ه الى مربع ه ا اعظم من نسبة سطح ز ا فى ا ه الى مربع ه ا التى هى مثل نسبة
خط ز ا الى ا ه ونجعل نسبة مربع د ه الى مربع ه ا كنسبة خط ز ا الى الخط ا ط ونخرج
خط ط ح موازيا لخط د ه من نقطة ط فلان نسبة مربع د ه الى مربع ه ا كنسبة
خط ز ا الى الخط ا ط التى هى نسبة سطح ز ا فى ا ط الى مربع ا ط ونسبة مربع د ه الى مربع
ه ا كنسبة مربع ح ط الى مربع ط ا وسطح ز ا فى ا ط مساو لمربع ط ل فنسبة مربع ح ط
الى مربع ط ا وسطح ز ا فى ا ط مساو لمربع ط ل فنسبة مربع ح ط الى مربع ط ا كنسبة
مربع ل ط الى مربع ط ا فخط ح ط مساو لخط ط ل وذلك ما لا يمكن فليس يقع
فيما بين خط ا ج والقطع خط مستقيم من الخطوط التى تخرج من نقطة ا وليكن
القطع اما القطع الزايد واما الناقص واما طايفة من محيط دائرة وقطر ذلك
خط ا ب والخط القائم خط ا ز ونصل ب ز ونخرجه على استقامة ونخرج من نقطة ا
خط ا ج موازيا لخطوط الترتيب فبين مما قبل انه يقع خارجا من القطع فاقول
انه لا يمكن ان يقع فيما بين خط ا ج والقطع خط اخر فان امكن ذلك فليقع
خط ا د ونتعلم عليه نقطة ما عليها د ونخرج منها خطا على الترتيب عليه د ه و
نخرج من نقطة ه خط ه ح موازيا لخط ا ز فلان مربع د ه مساو لسطح ا ه فى ه ح

فليجعل

فليجعل سطح ا ه فى ه ح مساويا لمربع د ه ونصل خط ا د فيقطع خط ه ح على نقطة ح
ونخرج من نقطة ح خطا موازيا لخط ا ز عليه ح ط ومن نقطة ط خطا موازيا للخط
ا ه عليه ط ك فلان مربع د ه مساو لسطح ا ه فى ه ح يكون نسبة د ه الى ه ا كنسبة
ح ه الى ه ا ولنسبة د ه الى ه ا كنسبة مربع د ه الى مربع ه ا ولكن نسبة ح ه الى ه ا كنسبة
مربع ح ه الى مربع ه ا ولكن نسبة ح ه الى ه ا كنسبة ح ط الى ط ا ولنسبة مربع د ه الى



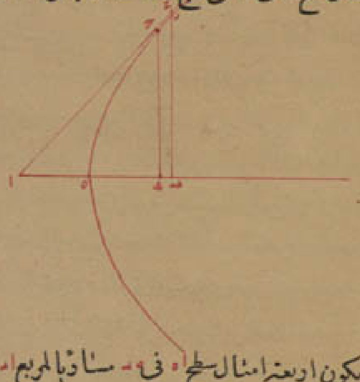
مربع ه ا كنسبة مربع ح ط الى مربع ط ا فنسبة ح ط الى ط ا كنسبة مربع ح ط الى مربع
ط ا فخط ح ط وسط فيما بين خطى ح ط ط ا على النسبة فمربع ح ط مساو لسطح ا ط فى ط ح
ومربع ل ط مساو لسطح ا ط فى ط ح ومربع ل ط المربع ح ط وذلك ما لا يمكن ان
يقع خط فيما بين خط ا ج والقطع وذلك ما اردنا ان نبين يج كل خط
يخرج من اى موضع كان من القطع المكافى الى قطره على الترتيب ثم يخرج
ذلك القطر على استقامة الى خارج القطع ثم يوخذ من طرف القطر خط
خارجا من القطع مساويا للخط الذى يكون من موضع سقط الخط المخرج
على القطر الى طرف القطر ثم يخرج من ذلك الموضع الى النقطة الاولى
التى خرج منها الخط على الترتيب خط مستقيم فانه يقع خارجا من القطع

فليس يمكن ان

يج

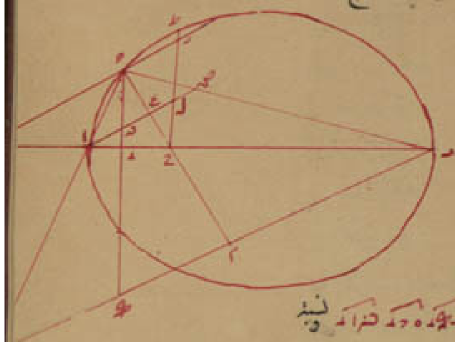
ومما ساله فليكن قطع مكافئ وقطره اب وقد اخرج فيه خط جد على الترتيب
ويجعل خط اه مساويا لخط هب ونصل اد فاقول ان خط اد اذا اخرج على استقامة
وقع خارجا من القطع ومما ساله فان لم يمكن ذلك كذلك فليقع داخلا
منه مثل خط دز ونخرج خط زح على الترتيب فلان نسبة مربع زح الى مربع
جد اعظم من نسبة مربع زب الى مربع دب ونسبة مربع زب الى مربع دب كنسبة مربع
ب الى مربع اه ونسبة مربع ب الى مربع اه كنسبة ب الى ده كما تبين في الشكل
العشرين فنسبة ب الى ه اعظم من نسبة مربع ب الى مربع اه ولكن نسبة ب
الى ه كنسبة سطح ب في ه الى مربع ه ومربع ه مثل سطح اه في ه فنسبة ب
الى سطح ه كنسبة سطح ب في ه الى سطح اه في ه ونسبة سطح ب في ه الى سطح اه
في ه كنسبة اربعة امثال سطح ب في ه الى اربعة امثال سطح اه في ه فنسبة ب
الى ه كنسبة اربعة امثال سطح ب في ه الى اربعة امثال سطح اه في ه فنسبة
اربعة امثال سطح ب في ه الى اربعة امثال سطح اه في ه اعظم من نسبة مربع
ب الى مربع اه واذا بدلنا يكون نسبة اربعة امثال سطح ب في ه الى مربع ب اعظم
من نسبة اربعة امثال سطح اه في ه الى مربع اه وذلك ما لا يمكن لان خط اه

ونسبة مربع ب الى مربع حه



هو مساو لخط ه يكون اربعة امثال سطح اه في ه مساويا لمربع اه دائماً

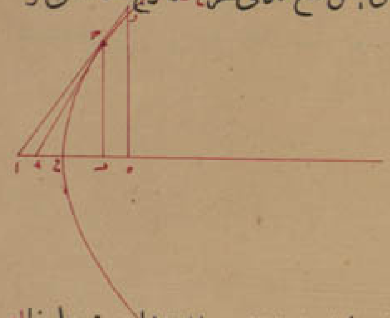
امثال سطح ب في ه اصغر من مربع ب الا ان نقطة ه ليست في وسط خط اب
فليس يقع خط اد داخلا من القطع ولكنه يماسه وذلك ما اردنا ان نبين
لد اذا كان قطع زايدا او ناقصا او قوس من دائرة وقطر ذلك خط اب و
تعلمت نقطة ما على القطع عليها د واخرج من نقطة د خط على الترتيب عليه
دج وجعلت نسبة به الى ها كنسبة بج الى جا ووصل ده فاقول ان ده يماس
القطع فان لم يكن كذلك فليقطعه بمنزلة خط دز ونتعلم عليه نقطة ز ونخرج
زط ونصله على الترتيب الى ح ونخرج من نقطتي اب خطين متوازيين لخط
ده عليهما ال بك ونصل بد اد فخطوط بد اد اذا اخرجت على استقامة و
على حم فلان نسبة به الى ها كنسبة بج الى جا ونسبة به الى ها كنسبة
الى اد ونسبة بج الى جا كنسبة بح الى حم التي هي بح الى حم فنسبة بح الى
اد كنسبة بح الى حم فخط اد مساو لخط حم وسطح اد في بح اعظم من سطح
اح في حم فنسبة بح الى حم اعظم من نسبة اح الى اد ولكن نسبة بح
الى حم كنسبة بج الى جا فنسبة بج الى جا اعظم من نسبة اح الى اد فسطح بج
في اد اعظم من سطح اح في بح ونسبة سطح بج في اد الى مربع جد اعظم من
نسبة سطح اح في بح الى مربع زح ولكن نسبة سطح بج في اد الى مربع جد كنسبة





سطح اح في بح الى مربع زح من قبل تشابه مثلثات حزه جده نسبة

سطح ا ب في ا ح الى مربع ب ه كنسبة سطح ب ح في ح ا الى مربع ح ه من اجل تشابه
مثلثات ح ا ه ح د نسبة سطح ب د في د ا الى مربع د ه اعظم من نسبة ب ح ك
سطح ب ح في ح ا الى مربع ح ه واذا بدلنا كانت نسبة سطح ب د في د ا الى سطح
ب ح في ح ا اعظم من نسبة مربع د ه الى مربع ح ه ولكن نسبة سطح ب د في د ا الى
سطح ب ح في ح ا كنسبة مربع د ه الى مربع ح ط كما بين في الشكل الحادي والعشرين
ولنسبة مربع د ه الى مربع ح ط كنسبة مربع د ه الى مربع ح ه فنسبة مربع د ه الى
الى مربع ح ط اعظم من نسبة مربع د ه الى مربع ح ه فخط ح ط اصغر من خط ح ه وذلك
ما لا يمكن فليس يقطع خط د ه القطع ولكنه يماسه وذلك ما اردنا ان نبين
له كل خط يخرج مماسا للقطع المكافي فيقع على قطر الشكل خارجا من القطع له
ويخرج من موضع التماس خط الى القطر على الترتيب فان الخط الذي
يكون فيما بين مسقط ذلك الخط المخرج على الترتيب وبين طرف القطر
عند منتهى القطع يكون مساويا للخط الذي يكون من طرف القطر الى الموضع
الذي وقع عليه الخط المماس للقطع ولا يمكن ان يخرج خط فيما بين القطع
وبين ذلك الخط المماس فليكن قطع مكافي قطره ب ح ويخرج خط ب ح على الترتيب



وليكن خط ا ب مماسا
للقطع فاقول ان
خط ا ح مساو لخط
ح ب فان لم يكن
كذلك فليكن خط
ح ه مساويا لخط
ا ح ويخرج خط ه د
على الترتيب ونصل ا د فخط ا د اذا اخرج على استقامة وقع على خط ا ب
وذلك ما لا يمكن لانه يكون خطان مستقيمان مخرجهما واحد وقد التقى

طرفاهما

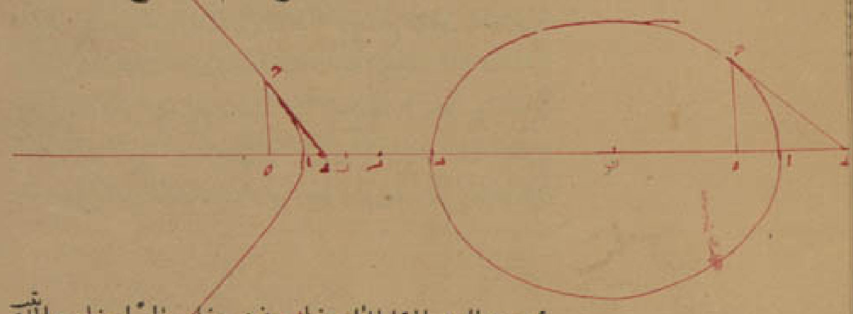
طرفاهما فخط ا ح مساو لخط ح ب واقول انه لا يمكن ان يخرج من نقطة ب فيما بين
خط ا ب والقطع فان امكن ذلك فليقع خط ب د ونجعل خط ح ه مساويا لخط ح ا
ونخرج خط ه د على الترتيب فالخط الذي يخرج من نقطة ا الى نقطة د يماس القطع
واذا اخرج على استقامة وقع خارجا من القطع ويقع على ا ب فيكون خطان
قد خرجا من مخرج واحد وصار طرفاهما واحدا وذلك ما لا يمكن
لو فليس يقع خط فيما بين خط ا ب والقطع وذلك ما اردنا ان نبين لو
اذا كان قطع ا ب القطع الزايد او القطع الناقص او الدايرة والقطر المجانب
لها خط ا ب وكان خط ح د مماسا واخرج خط د ه على الترتيب فاقول ان نسبة
ب ه الى ه ا كنسبة ب د الى د ا فان لم يكن كذلك فنجعل نسبة ب ح الى ح ا كنسبة
ب ه الى ه ا ويخرج خط ح ر على الترتيب فتبين ان الخط الذي يخرج من نقطة ه
الى نقطة ر يماس القطع ولذلك يكون اذا اخرج وقع على خط ح د وذلك ما
لا يمكن لانه يكون عند ذلك خطان قد خرجا من نقطة ح والتقى طرفاهما
واقول انه لا يمكن ان يخرج من نقطة د خط فيقع فيما بين خط د ه والقطع فان
امكن ذلك فليقع خط د ط ونجعل نسبة ب م الى م ا كنسبة ب ه الى ه ا ونخرج
خط م ن على الترتيب فالخط الذي يخرج من نقطة م الى نقطة ن على استقامة يكون



مماسا للقطع واذا اخرج على استقامة يكون قد وقع على خط د ط وذلك

ما لا يمكن لانه يكون عند ذلك خطان مخرجهما واحد والتقى طرفاهما بح

لو يخرج فيما بين خط ب و القطع خط وذلك ما اردنا ان نبين لز كل خط
يماس القطع الناقص والزايد او قوس الدايره ويقع على خط القطر المخرج ويخرج
من موضع التماس خط على الترتيب الى القطر فان السطح الذى يكون من ضرب
الخط الذى فيما بين مركز الشكل وبين موضع الخط الذى خرج على الترتيب والخط
الذى من المركز الى موضع وقوع الخط المماس مسا وللمربع نصف القطر المجانب
ويكون نسبة السطح الذى يكون من ضرب الخط الذى من المركز الى موضع وقوع
الخط الذى خرج على الترتيب فى الخط الذى من موضع وقوع الخط الى موضع
وقوع الخط المماس الى مربع الخط الذى خرج من القطع على الترتيب من موضع
التماس كنسبة القطر المجانب الى الضلع القايم فليكن قطع زايدا وناقصا او



قوس من دايرة والقطر المجانب خط ا ب ونخرج خط ه د مماسا وخط ه ر على الترتيب
الى القطر والمركز نقطة ر فاقول ان سطح ر ه فى ر د مسا وللمربع ر ب وان نسبة سطح
د ه فى ه ر الى مربع ه ر كنسبة القطر المجانب الى الضلع القايم فلان خط د ه يماس
القطع وخرج ه ر على الترتيب يكون نسبة ا د الى د ب كنسبة ا ه الى ه ب
وكيبنا النسبة يكون ا ب الى ب د جميعا الى د ب كنسبة ا ه الى ه ب وعلى مثل ذلك
ايضا تكون نسبة انصاف المقدمات فاما فى القطع الزايد فانا نقول

ان

ان نصف ا ب هو خط ب ر ونصف ا ه هو ر ه فنسبة ر ب الى ب د كنسبة ر ه الى
ه ب واذا قلبنا النسبة كانت نسبة ر ه الى ر ب كنسبة ر ب الى ر د فسطح
ر ه فى ر د مسا وللمربع ر ب ولان نسبة ر ه الى ه ب كنسبة ر ب الى ب د تكون نسبة
ا ه الى ه ب وعلى تبديل ذلك يكون نسبة ا ه الى ه ب كنسبة ه ب الى ه د واذا
ركبنا النسبة كانت نسبة ا ه الى ه د كنسبة ه ب الى ه د فيكون سطح ا ه فى
ه د مساويا لسطح ب ه فى ه د ولكن نسبة سطح ا ه فى ه ب الى مربع ه ه كنسبة القطر
المجانب الى الخط القايم كما تبين فى الشكل الحادى والعشرين ونسبة سطح
د ه فى ه د ايضا الى مربع ه ه كنسبة القطر المجانب الى الضلع القايم واما
فى القطع الناقص والدايره فانه يكون نصف ا ب و ر ب وهو خط ر د ونصف
ا ب خط ر ه فنسبة ر د الى ه ب كنسبة ر ب الى ب ه واذا قلبنا كانت نسبة ر ب
الى ب كنسبة ر ب الى ر ه فسطح ر د فى ر ه مساو للمربع ر ب ولكن سطح ر د فى ر ه
مساويا لسطح ر ه فى ر ه مع مربع ر ه ومربع ر ب مساو لسطح ا ه فى ه ب مع مربع ر ه فسطح
ر ه فى ر ه مع مربع ر ه مساو لسطح ا ه فى ه ب مع مربع ر ه ولنطرح مربع ر ه المشترك
فيبقى سطح ر ه فى ه د مساو لسطح ا ه فى ه ب فنسبة سطح ر ه فى ه د الى مربع ه ه كنسبة
سطح ا ه فى ه ب الى مربع ه ه كنسبة القطر المجانب الى الضلع فنسبة سطح ر ه فى ه د
الى مربع ه ه هى نسبة القطر المجانب الى الضلع القايم وذلك ما اردنا
ع ان نبين يح كل خط يماس القطع الزايد او الناقص او قوس الدايره ويقع
على القطر الثانى ويكون موازيا للقطر الاخر فان السطح الذى يكون من
موضع وقوع الخط الموازى على القطر الى موضع مركز الشكل فى الخط
الذى يكون من موضع وقوع الخط المماس على القطع الثانى الى موضع مركز
الشكل مسا وللمربع نصف ذلك القطر الثانى ويكون نسبة السطح الذى
يكون من ضرب الخط الذى من مركز الشكل الى موضع وقوع الخط الموازى
فى الخط الذى من موضع وقوع الخط الموازى الى موضع وقوع الخط المماس

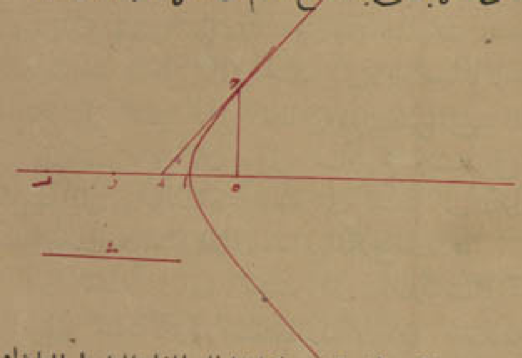
على القطر الثاني الى مربع الخط الذي خرج على القطر الثاني موازيا للقطر
الاول كنسبة الضلع القائم الى القطر المجانب فليكن قطع زايدا وناقص
او قوس من دائرة وقطره اب والقطر الثاني جد ويكون خط ده مماسا للقطع
ويقع على خط بد على نقطة ز ويخرج خط طه موازيا لخط اب فاقول ان سطح زه في
دط مساو لمربع حه ونسبة سطح حط في طد الى مربع طه كنسبة الضلع القائم
الى القطر المجانب فليخرج خط ده على الترتيب فنسبة سطح حه في ده الى مربع ده كنسبة
القطر المجانب الى الخط القائم كما تبين في الشكل السابع والثلثين لكن
نسبة القطر المجانب الذي هو قطر اب الى القطر الثاني الذي هو خط جد
كنسبة جد الى الضلع القائم لما قد تبين في الشكل الخامس عشر فنسبة
المجانب الى القائم كنسبة مربع اب الى مربع جد وادبار ذلك ايضا على مثل
ذلك لنسبة مربع دا الى مربع حج كنسبة المجانب الى القائم ونسبة سطح جه
في ده الى مربع ده كنسبة مربع دا الى مربع حج ونسبة سطح زج في زا الى مربع
زه هي مركبة من نسبة زج الى زه او الى طه ومن نسبة زا الى زح التي هي نسبة
حا الى حد فنسبة مربع حد الى مربع دا هي مركبة من نسبتي اط الى طه ومن نسبة
زج الى زا التي هي سطح زح في طا الى سطح زج في زا فنسبة سطح زح في طا الى
سطح زج في زا كنسبة مربع حج الى مربع زا واذا ركبنا كانت نسبة سطح زه في
دا الى مربع حج كنسبة سطح زج في زا الى مربع زا ولكن سطح زج في زا مساو لمربع
زا كما تبين في الشكل الذي قبله فسطح زه في حط مساو لمربع حه وايضا لان
لان نسبة الضلع القائم الى المجانب كنسبة مربع ده الى سطح زج في زا ولكن
نسبة مربع ده الى سطح زج في زا هي مركبة من نسبة ده الى زج التي هي مثل نسبة
زج الى زا ومثل نسبة طه الى طه والنسبة المولفة من نسبة طه الى طه ومن
زا الى زح هي مثل نسبة سطح طه في زا الى مربع طه فنسبة سطح طه في طا
مربع طه هي نسبة الضلع القائم الى القطر المجانب وبتعين الصورتين على

واقول ان نسبة دز الى ده في القطع الزايد كنسبة طه الى طح لان سطح زه في حط



مساو لمربع حه الذي هو مثل سطح حه في ده لان خط حه مساو لخط ده فسطح زه في
دط مساو لسطح حه في ده ونسبة زه الى حه كنسبة حه الى حط واذا قلبنا النسب
كانت نسبة زه الى ده كنسبة حه الى حط واضعاف المقدمات يكون
كذلك ولكن ضعف زه هو خطا زد ده لان خط حه مساو لخط ده وضعف
خط حه فنسبة خطي زد ده الى ده كنسبة زه الى حط واذا فصلنا كانت
نسبة دز الى ده كنسبة طه الى طح فاما في القطع الناقص فان نسبة دز الى
ده يكون كنسبة طه الى طه لان سطح زه في حط مساو لمربع حه ونسبة زه الى
كنسبة حه الى حط واذا قلبنا كانت نسبة زه الى ده كنسبة حه الى طه ويكون
نسبة ضعف المقدمات الى التوالى متساوية ولكن ضعف حه هو ده دز ضعف
زه هو ده فنسبة ده دز الى ده كنسبة حه الى حط واذا فصلنا كانت نسبة
دز الى ده كنسبة طه الى طه وذلك ما اردنا ان نبين فقد نقدا تبين تمام
ان سطح زه في حط ان كانت مساويا لمربع حه فان خط ده يماس القطع وان
كانت نسبة سطح حط في طه الى مربع طه كنسبة القطر المجانب الى الخط القائم

لا فان ه د ايضا مماس للقطع وتبين ذلك بعكس هذا البرهان لط اذا كان
قطع زايدا وناقصا او قوس دايرة وقطرها المجانب ا ب والمركز نقطة د واخرج
خط مماس لذلك القطع عليه ه ح واخرج ه ط على الترتيب من موضع التماس
عليه ه ط فان نسبة خط ه ط الى خطى ط ح ط د اى خط كان منهما مركبة من نسبة
الضلع القائم الى القطر المجانب ومن نسبة الخط الاخر من خطى ح ط ط د الى خط ه ط
فليكن سطح د ط في ع مساويا لسطح ه ط في ح ولان نسبة سطح د ط في ط ح الى
مربع ه ط كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم كما بين في الشكل السابع والثلثين
وسطح د ط في ع مساو لسطح ه ط في ح ونسبة سطح ه ط في ح الى مربع ه ط مثل نسبة
خط ح الى ه ط فهي مثل نسبة القطر المجانب الى الضلع القائم ولان سطح د ط في
ع مساو لسطح ه ط في ح يكون نسبة د ط الى ه ط كنسبة ح الى ع ولان نسبة ه ط الى
ط د مركبة من نسبة ه ط الى ح ومن نسبة ح الى ع ولكن نسبة ه ط الى ح هي نسبة
الضلع القائم الى القطر المجانب ونسبة ح الى ع هي نسبة د ط الى ه ط فنسبة
ه ط الى ط د مركبة من نسبة الضلع القائم الى القطر المجانب ومن نسبة د ط



الى ه ط وذلك ما اردنا ان نبين م كل خط يماس القطع الزايد او الناقص او
قوس الدايرة ويقع على القطر الثاني ويخرج من موضع التماس الى ذلك

النقط

والقطر الاخر فليكن قطعان متقابلان وقطراهما ا ه ب ح ونخرج خطين مماسين
قطع ا ح عليهما ا س وليلتقيان على نقطة ط ونعلم نقطتين على القطع عليهما
ه د ونخرج منهما خطوطا موازية للخطوط المماسة عليهما ه ل م د ك فاقول ان
سطح ه د ذا الاربعة الاضلاع مساو لمثلث ا ه د فلان ا ه د قطعان
متقابلان وخط ا د يماس قطع ا ب ويقع على خط ه د واخرج ه ل موازيا
لخط يكون مثلث ا ه د مساويا لسطح ه د ذي الاربعة الاضلاع كما تبين
في الشكل الثاني من هذه المقالة وذلك ما اردنا ان نبين ف

واذا اثبتنا الصورة على حالها ان تعلمت نقطة على كل واحد من القطعين
واخرج منها خطوط موازية للخطوط المماسة يقع عليها وعلى الاقطار
كانت السطوح ذوات الاربعة الاضلاع التي تحدث على الاقطار
متساوية فليكن ما ذكرنا على حاله ونعلم على القطعين نقطتين
عليهما و ل ونخرج منهما خطين موازيين لخط ا ط عليهما ه ح ف ع
د م ا ر وخطين موازيين لخط ب ط عليهما د س ح ص ش ت ل ن فاقول ان سطح
ح ر ه مساو لسطح ب د وان سطح ه ب مساو لسطح ت ل لان مثلث ا ب

مساو لسطح ق ح ذى الاربعة الاضلاع كما تبين فى الشكل الثانى من هذه
المقاله ونزيد سطح ه ح مشتركا فيكون كل مثلث ا ه د مساويا لسطح ه و
مثلث ب ه ح مساو لسطح ل ه ذى الاربعة الاضلاع لانا ان اخرجنا من
نقطة ب خطا مماسا للقطع ه د كان المثلث الحادث مثل مثلث ا ه د كما

تبين فى الشكل الرابع من هذه المقاله ولكن مثلث ا ه د مساو لمثلث ب ه ح
كما تبين فى الشكل الرابع من هذه المقاله فسطح ل ه مساو لسطح ه و
ونزيد سطح د ه مشتركا فيكون كل سطح د و مساويا لسطح ب ل وسطح ه ط
مساويا لسطح ق ل وذلك ما اردنا ان نبين ح ونثبت الصوره على
حالها ونحصل مكان نقطتى ه ل فى المتقابلين نقطتى ح د فى قطع واحد
منهما فى الموضع الذى يقع فيه القطرين على القطع ونخرج منهما
موازيين لخطى ا ب ب ح المماسين وهما ه ر د ب ه ح د ح ر فاقول ان سطح د ط ذا
الاربعة الاضلاع مساو لسطح ه د وسطح ه ب لسطح ح ر لانه قد تبين
فى الشكل الرابع من هذه المقاله ان مثلث ا ه ط مساو لمثلث ط ب د
وان الخط الذى يخرج من نقطة ا الى نقطة ب مواز للخط الذى يخرج

من نقطة

من نقطة ب الى نقطة د فيكون نسبة ا ه الى ه ح كنسبة ب ه الى ه د واذا
قلبنا النسبة كانت نسبة ه ا الى ا ح كنسبة ه ب الى ب د ولكن
نسبة ه ا الى ا ه كنسبة د ه الى ه ب لان نقطة ه المركز و ه ا ضعف
ا ه و د ب ضعف ه ب فهى نسبة المساوات يكون نسبة ه ا الى ا ح
كنسبة ه ب الى ب د ومثلثا ه ر ا ح متشابهان وكذلك مثلثا
ه ب د ط ب د يكونان متشابهين لتوازى الاضلاع فنسبة مثلث
ه ر ا الى مثلث ا ط ح كنسبة مثلث ه ر ه الى مثلث ط د ب وعلى
تبديل النسبة ايضا يكون نسبة مثلث ه ر ا الى مثلث ه ر ب كنسبة
مثلث ا ط ح الى مثلث ط د ب ولكن مثلث ا ح ط مساو لمثلث ط د ب
فمثلث ا ه ر مساو لمثلث د ب ر وقد كان تبين ان مثلث ا ح ط
مساو لمثلث ب ط د فيبقى سطح د ط ذو الاربعة الاضلاع مساويا
لسطح ه ط ذى الاربعة الاضلاع وسطح ه ح مساو لسطح د ب ولان خط
ه ح مواز لخط ا د وخط ا ه مثل خط د ه يكون مثلث ه ح مساويا لمثلث
ا ه د ومثلث ه ب لمثلث ب ح ولكن مثلث ب ح مساو لمثلث ا ه د

فمثلث ح ي ه مساو لمثلث ه ه ب ولكن سطح ه د ذو الاربعة الاضلاع
مساو لسطح د ر فكل سطح ه ب مساو لكل سطح ه ر وذلك ما اردنا ان
نبين ط ولنكن قطعتان متقابلتان عليهما ا ب ه د وقد اخرج فيما بينهما
قطرا ا ه ب د وخطان يماسان قطع ا ب عليهما ا ب ج ونعلم على قطع ه د
نقطتان احدهما فيما بين القطرين وهي نقطة ه والنقطة الاخرى
احدى نقطتي ه د فنجعلها نقطة د ونجيز على نقطتي ه د خطين موازيين
لخط ب ج المماس للقطع عليهما ل د ر د ق ر د وخطين موازيين لخط ا ب المماس
عليهما ا ب ر د ق ع فاقول ان مثلث د م ع مساو لسطح ل م ذي الاربعة
الاضلاع وان سطح ل ع مساو لسطح ل م وذلك بين لان خط ع مواز

لخط ا د وخط ه ه مثل خط ه ا فمثلث ح م ع مساو لمثلث ا ه د ومثلث
ا ه د مساو لسطح ه ه ذي الاربعة الاضلاع كما تبين في الشكل السابع

مخرج

من هذه فمثلث ح م ع مساو لسطح ه ه ذي الاربعة الاضلاع ويكون مثلث
ه ق م مساو لسطح ه ع وذلك ما اردنا ان نبين ي ولنكن قطعتان   وسطح ل م مساو لسطح ل ي
متقابلتان عليهما ا ب ج د وقد اخرج بينهما قطرا ا ه د ب ه د وخطان يماسان
قطع ا ب عليهما ا ب ج ونجعل نقطتي ح ل لتبين في الموضع الذي يقع عليه
الانظار على شكل القطوع وتبين ان سطح ل م ر ق ذا الاربعة الاضلاع
مساو لسطح ن ح ع د ذي الاربعة الاضلاع فلان خطي ا ب ب ج مماسين للقطع
للقطع وخطي ا ه ب قطرين يجوزان على موضع التماس وخطي ل م ر ب
متوازيين لخطي ب ج ا ب المماسين لقطع ا ب يكون خط ل م قد اخرج على الترتيب
وخط ر ل مواز لخط ب ج المماس لقطع ا ب يكون قد نعلم على قطع ه د نقطة ل
واخرج منها خطان احدهما على ترتيب وهو ل ت والاخر مواز لخط ب ج

المماس لقطع ا ب وهو ل ر فمثلث ا ت ر تفاضل مثلث ع ت ر بمثلث ح ع اذا
كان خط ح ع يماس قطع ب د كما تبين في الشكل الرابع والاربعين من
المقالة الاولى ولكن مثلث ح ع مساو لمثلث ا د لان خط ح ع مواز
لخط ا ر وخط ب ه مساو لخط ه ا فمثلث ب ه ت اعظم من مثلث ت ر ا بمثلث ع ر ا
وكذلك تبين ان مثلث ب ه ب اعظم من مثلث ب ه ر بمثلث ب ع و
لكن مثلث ا د مساو لمثلث ب ع كما تبين في الشكل الرابع من هذه

المقاله فزيادة مثلث ب ه ت على مثلث ت ر د وزيادة مثلث ب ه ب

على مثلث ب ه ر مقدار واحد فمثلث ب ه ت مع مثلث ب ه ر مساو لمثلث
ب ه ب مع مثلث ت ر د ونزيد سطح ه ب ه ت ل ر مشتركا فسطح ا ب ه ر ذوا
الاربعة الاضلاع مساو لسطح ر ح ب ه ذي الاربعة الاضلاع وذلك
ما اردنا ان نبين يا اذا كان قطعان متقابلان عليهما ا ب ه د وخطان
مماسان للقطعين عليهما ا ه ب د ويلتقيان على نقطة ه والمركز نقطة ط ونصل
خط ا ه وخط ه ط ونتعلم نقطة على قطع ا ب كيف ما وقعت عليها ب ونخرج
من نقطة ب خطا موازيا لخط ا ع عليه ب ه ر وخطا موازيا لخط ا ه عليه ب م
فاقول ان مثلث ب ه ر تفاضل مثلث ا ه ل بمثلث ب م فنبين ان خط ا ه
ينقسم بنصفين على خط ه ط وان خط ه ط قطرا مزاوجا للقطر الذي يجوز
على نقطة ط ويكون موازيا لخط ا ه كما تبين في الشكل السابع والثلاثين

من المقالة الثانية لخط اب قد خرج على نقطتي ب على الترتيب ولان
خطي ب قطر وخطا ا مماس القطع وخرج خط ب على الترتيب ونعلمت
نقطة [illegible] على القطع واخرج على خطي خط [illegible] موازيا لخط ب وخط [illegible] موازيا
لخط ا يكون مثلث [illegible] تفاضل [illegible] بمثلث [illegible] ولذلك يفاضل مثلث
[illegible] بمثلث [illegible] ونتبين ان سطح [illegible] ذا الاربعة الاضلاع مثل بمثلث [illegible]
لمثلث [illegible] وهنا للناسب ان ان خط [illegible] انه يقطعين [illegible] مثل مثلث
[illegible] مثل مثلث [illegible] وذلك ما اردنا ان نبين ب ب وايضا فانا نجعل
قطعين متقابلين وخطين مماسين عليهما [illegible] ونعلم على قطع ا [illegible]
نقطتين كيف ما وقعت عليهما ونخرج منهما خطان موازيان لخط
ا [illegible] عليهما [illegible] وخطان موازيان لخط ا [illegible] عليهما [illegible] فاقول
ان سطح [illegible] مساو لسطح [illegible] وذلك انه قد تبين في الشكل الذي
قبل هذا ان مثلث [illegible] مساو لسطح [illegible] ذي الاربعة الاضلاع
وان مثلث [illegible] مساو لسطح [illegible] فسطح [illegible] ان زيد عليه سطح
[illegible] من الصورة الاولى التي خرج فيها الخطان المماسان للقطع

والحد او نقص منه في الصورة الثانية كان مساويا لسطح [illegible] وان
زيد عليه في الصورة الثانية سطح [illegible] او نقص منه في الصورة الاولى
مشتركا كان سطح [illegible] مساويا لسطح [illegible] وذلك ما اردنا ان نبين ج
ج الخطوط المماسة للقطوع المتقابلة المزدوجة التي تتلو بعضها
بعضها اذا كانت تلتقي اذا اخرجت واخرجنا قطرا على نقطة التماس
فان المثلثات التي في نفسها مشتركة عند نقطة المركز وقواعدها
الخطوط المماسة متساوية فلتكن قطوع متقابلة [illegible] وخطوط عليها
ا [illegible] ولتماس قطعي [illegible] خطا [illegible] ويلتقيان على نقطة [illegible] ولتكن مركز
الشكل نقطة ط ونصل [illegible] ونخرجهما الى نقطتي [illegible] فاقول ان مثلث
[illegible] مساو لمثلث [illegible] ونخرج على نقطتي [illegible] خطين موازيين لخط
[illegible] عليهما [illegible] فلان خط [illegible] مماس قطع [illegible] وخرج قطر [illegible] على نقطة
التماس وقطر [illegible] موازيا لخط [illegible] يكون قطر [illegible] مزاوجا لقطر [illegible] الذي
هو القطر الثاني كما تبين في الشكل العشرين من المقالة الثانية و
من اجل ذلك يكون خط [illegible] على الترتيب على قطر [illegible] وخط [illegible] مماس القطع

سطح ه ط الذي ط ح مساو للمربع ب ط كما تبين في القطع الزائد في الشكل
الثامن والثلثين من المقالة الاولى ونسبة ه ط الى ط ب كنسبة
ب ط الى ط ح ولكن نسبة ه ط الى ط ب كنسبة ه ا الى ب د وكنسبة ا ط
الى ط د فنسبة ا ط الى ط د كنسبة ب ط الى ط ح وزاويتا ط ب ح ا ط د متساويتان
لزاويتين قائمتين فمثلث ا ط د مساو لمثلث ب ط ح لانا ان اخرجنا

خط ب ح صارت نسبة مثلث ا ط ح الى مثلث ا ط ح كنسبة مثلث
ب ط د الى مثلث د ط ح وذلك ما اردنا ان نبين يد ونثبت القطوع
على حالها فانا نحن نعلم على كل واحد من القطع من نقطة واخرج
من تلك النقطة خطوط موازية للخطوط المماسة ينتهي الى الاقطار كان
المثلث الذي يحدث عند المركز تفاضل المثلث الذي يحدث على
تلك الزاوية بمثلث يكون قاعدته الخط المماس ورأسه مركز القطوع
فليكن الاشيا على حالها ونعلم نقطة ما على قطع ب عليها م ونخرج
من نقطة م خطا موازيا لخط ا ح المماس لقطع ا عليه م ق ن وخطا موازيا

لخط

لخط ب د المماس لقطع ب عليه م ع ر فاقول ان مثلث ع ط م تفاضل
مثلث م ن ر المقابل له بمثلث ط ب د فنخرج من نقطة ا خطا موازيا
لخط ب د المماس لقطع ب عليه ا ت فمن اجل ما قد تقدم يكون خط
ل ط م الموازي لخط ب د المماس لقطع ب قطر القطعي ا ت ه والمزاوج
له الذي يسمى القطر الثاني هو خط د ط ب ونخرج من نقطة ا خطا
مماسا عليه ا ح فنخرج خط ل م الموازي لخط ا ت على ت على الترتيب
فيكون نسبة ا ت الى ت ح مركبة من نسبة ط ت الى ت ا ومن نسبة المجانب
الى القائم كما تبين في الشكل الاربعين من المقالة الاولى ولكن
نسبة ا ت الى ت ح كنسبة م ر الى م د لتشابه المثلثات ونسبة ط ت

الى ط ا كنسبة ط م الى م ع وكنسبة ط ب الى ب د فيكون نسبة م ر
الى م د مركبة من نسبة ط ب الى ب د التي هي مثل نسبة ط م الى م ع و

من نسبة الضلع القائم لقطر ب د الى المجانب الذى هو ب ح فخط ب ح خط ز تبيـ
وقد عمل على خطى ح ط ب ط مثلثان متشابهان وهما ح ط ب ح ز ط وعمل على ب ح
مثلث اخر عليه ب ح ح فصار نسبة ب ح الى ح ح مركبة من نسبة ط ب
الى ب د ومن نسبة القائم الى المجانب فالذى تقدم ذكره فى الصورة
الواحدة والاربعين من المقالة الاولى يكون مثلث ب ط ح مفاصلا
لمثلث ب ح ح بمثلث ح ط ا الذى هو مثل مثلث ا ط وذلك ما اردنا
ان نبين به الخطوط المماسة لاحد القطوع المتقابلة المزدوجة اذا
كانت يلتقى واخرجنا اقطارا يمر على مواضع التماس وتعلمت نقطه
على احد القطعين المزدوجين واخرج منها خطان موازيان للخطين
المماسين ينتهيان الى الاقطار فان المثلث الذى يحدث من
الخطين الموازيين للمماسين ومن القطر اعظم من المثلث الذى
يحيط به القطران وخط مواز للمماس للمثلث الذى يحيط به احدى
المماسين وقطعتان من القطرين وراس مركز القطوع فليكن قطوع
مزدوجة عليها ا ب ح د ومركزها نقطة ط ونخرج خطوطا مماسة
لقطع ا ب عليها ا د ر د ونخرج اقطارا على نقطتى التماس من قطع عليها
ا ط د ت ط ط ر ونتعلم على قطع ح د نقطة عليها ز ونخرج منها خطا موازيا
لخط ا ر عليه ر ن ل وخط موازيا لخط ا ر عليه ر ت فاقول ان مثلث
ز ن ت اعظم من مثلث ط ل ر بمثلث ط ا ب فنخرج خطا موازيا
لخط ا ب يجوز على نقطة ط عليه ب ط وخطا موازيا لخط ا عليه ح و
خطا موازيا لخط ب ر عليه ن ح فخط ب ح قطر مزاوج لقطر ب ر كما تبين
فى شكل العشرين من المقالة الثانية و ب ح مواز لخط ب ر وقد خرج
على الترتيب الى قطر ح ط وسطح ب ط ح متوازى الاضلاع فلان خط
ب د يماس القطع ونخرج خط ب ط على موضع وخط ا ا ايضا يماس القطع

فانا

فانا اذا جعلنا نسبة د ب الى ب ه كنسبة د الى ضعف ب ه ضا وخط
د ح هو الضلع القائم لقطر ب ر ويقطع ر د بنصفين على نقطة ن فنسبة
د ب الى ب ه كنسبة ر د الى ب ه ونجعل نسبة ح ع الى ح ر كنسبة ر ب الى
د فيكون د هو الضلع القائم لقطر ح ع لان قطرى ع ح ح ر مزدوجين
واذا كان قطران مزدوجان فان نسبة الاول منهما الى الثانى
كنسبة الثانى الى الضلع القائم للقطر الاول كما ذكرنا مع الشكل
السادس عشر من المقالة الاولى فلان نسبة د ب الى ب ه كنسبة
ر ن الى ب ح ونسبة د ب الى ب ه كنسبة مربع د ب الى سطح د ب فى ب ه
واذا صيرنا ب ط ارتفاعا مشتركا كانت نسبة ر ن الى ح كنسبة سطح
ر ن فى ب ط الى سطح د ب فى ب ط يكون نسبة مربع د ب الى سطح د ب فى
كنسبة سطح ر ن فى ب ط الى سطح د ب فى ب ط ولكن سطح ر ن فى ط مساو
لمربع ط ع لان مربع ح ع مساو لسطح ح ر فى ر د وسطح ا د فى ط مثل
ربع سطح ر ب فى ر د وربع ط مثل ربع مربع ع ر فنسبة مربع د ب الى
سطح د ب فى ب ه كنسبة مربع ط الى سطح د ب فى ب ط واذا بدلنا النسبة
كانت نسبة مربع د ب الى مربع ط كنسبة سطح د ب فى ب ه الى سطح د ب
فى ب ط ولكن نسبة مربع د ب الى مربع ط ع كنسبة مثلث ف ب ه الى مثلث
ع ط ب لانهما متشابهان وذلك لان اضلاعهما متوازية ونسبة
سطح د ب فى ب ه الى سطح د ب فى ب ط كنسبة مثلث د ب ه الى مثلث ط ع م
فمثلث ع ط ب مساو لمثلث ر ب ط فمثلث ح ط ا مساو لمثلث ع ط ح فمثلث
ع ط ه تفاضل مثلث ط ب ه بمثلث ب ط ع الذى هو مثل مثلث ا ط
وايضا لان نسبة ط ب الى ب ح مركبة من نسبة ط ب الى ر ن ومن نسبة
ن م الى ب ح ونسبة ط ب الى ر ن كنسبة ر ب الى ر د وكنسبة ن د الى
ح ع ونسبة ر ن الى ب ح كنسبة د ب الى ب ه فيكون نسبة ط ب الى

الى الضعف ب ه صا وخط ر د
هو الضلع القائم لقطر ب ر د
يقطع ر د بنصفين على نقطة
نسبة د ب الى ب ه كنسبة
ر ن ح

فنسبة مثلث د ب ه الى
مثلث ط ب كنسبة مثلث
د ب ه الى مثلث ط ع م

مركبة من نسبة د ب الى ب ه ومن نسبة ق الى ص ح ولان خط ب ح
موازٍ لخط د ل ومثلث ط ه ب شبيه بمثلث ط ل د ونسبة ط ب الى ب ح

كنسبة ط ل الى ل د يكون نسبة ط ل الى ل د مركبة من نسبة ق الى
ص ح ومن نسبة د ب الى ب ه التي هي مثل نسبة ط ح الى ط ب فلان قطع ط ا د

القطع

القطع الزايد وقطره ص ح وضلعه القايم ق وخرج من نقطة ما وهي نقطة د
خط د ح على الترتيب وعمل على خط ط ح الذي هو نصف القطر شكل ط ب
وعلى خط ط ل المساوى لخط د ح الذي هو خط ترتيب شكل ط ل د وعلى
خط د ل المساوى لخط ط ح الذي هو فيما بين المركز ومسقط خط الترتيب
شكل د ل ط وهو شكل شبيه بالشكل الذي على نصف القطر الذي
عليه ط ح ونسبة اضلاعها النسب التي ذكرنا فيكون مثلث د ل ط
اعظم من مثلث ط ل د بمثلث ط ح ج المساوى لمثلث ط ه ب كما تبين
في الشكل الحادي والاربعين من المقالة الاولى وذلك ما اردنا
ان نبين وهنالك استبان ان سطح ز ط ت مساوٍ لمثلث ب ط ه وانه
ان تعلمت نقطة على قطع ب ا سوى نقطة د واخرج منها خطان كما اخرج
من نقطة د فان سطح د ط ت يكون مساويًا لنظيره الذي يحدث من الخطين
اللذين يخرجان من النقطة الاخرى التي تعلمت على قطع ب ا ب و كل خطين
يماسان اى قطع صنوبرى كان او محيط دايرة ويلتقيان وتتعلم نقطة
على القطع ويخرج منها خط موازٍ لاحد المماسين يقطع القطع ويقع
على الخط المماس الاخر فان نسبة مربعي الخطين المماسين احدهما الى
صاحبه كنسبة السطح الذي يكون من ضرب الخط الموازى للمماس
في قسمه الذي فيما بين القطع والخط الاخر المماس الى مربع الخط الذي
فيما بين مسقط الخط الموازى للمماس وبين نقطة التماس فليكن قطع
صنوبرى او محيط دايرة عليه ا ب ونخرج خطين مماسين له عليهما
ا د د ب يلتقيان على نقطة د ونتعلم نقطة على قطع ا ب عليها ه ونخرج
من نقطة ه خطا موازيًا لخط د ب عليه ه ر ز فاقول ان نسبة مربع ب د الى
مربع د ا كنسبة سطح ر ه في ه ز الى مربع ز ا فنخرج قطرين على نقطتي
ا ب عليهما ا ح ط ب ح ل ونخرج من نقطة ه خطا موازيا لخط ا د عليه ه م

فقد تبين في الشكل السادس والاربعين والسابع والاربعين
من المقالة الاولى ان خط ده مساو لخط دز لانه مواز لخط به المماس

ومثلث اهج مساو لسطح دل ذى الاربعة الاضلاع كما تبين في
الشكل الاول من هذه المقاله ولان خط ده مساو لخط ده وزيد في

في الشكل الثاني من هذه المقالة ومثلث بدل مساو لمثلث اطح كما تبين

طول خط ده يكون سطح ده في ده مع مربع ود مساو لمربع هو ولان مثلث
دلو شبيه بمثلث دهو يكون نسبة مربع هو الى مربع وه كنسبة
مثلث هول الى مثلث دهو واذا بدلنا النسبة كانت نسبة مربع ه
هو الى مثلث لدو كنسبة مربع دو الى مثلث هدو ويبقى نسبة
ده في ده الى سطح دل الباقي كنسبة مربع هو الى مثلث هلو ولكن
نسبة مربع هو الى مثلث هول كنسبة مربع ب الى مثلث لب لتشابه
المثلثات فنسبة سطح ده في ده الى سطح دل ذى الاربعة الاضلاع
كنسبة مربع ب الى مثلث لب ولكن سطح دل مساو لمثلث اهج ومثلث
لب مساو لمثلث اطح فنسبة سطح ده في ده الى المثلث اهج كنسبة مربع
ب الى مثلث اطح واذا بدلنا كانت نسبة سطح في ده الى المربع ب كنسبة
مثلث اهج الى المثلث اطح ونسبة مثلث اهج الى المثلث اطح كنسبة
مربع ها الى المربع اح فنسبة سطح ده في ده الى مربع ب كنسبة مربع ها
الى اح واذا بدلنا كانت نسبة سطح ده في ده الى المربع ها كنسبة مربع
ب الى المربع اح وذلك ما اردنا ان نبين يز كل خطين يماسان اى
قطع صنوبرى كان او محيط دائرة ويلتقيان ونتعلم نقطتان على القطع
كيف ما وقعتا ويخرج منهما خطان موازيان للخطين المماسين يتقا
طعان ويقطعان على القطع فان نسبة مربعي الخطين المماسين احدهما
الى صاحبه كنسبة السطح الذي يكون من ضرب احد قسمي احد الخطين
في القسم الاخر منه الى السطح الذي يكون من ضرب احد قسمي الخط الاخر
في القسم الباقي منه فليكن قطع صنوبرى او محيط دائرة عليه اب ونخرج
خطين مماسين للقطع اب عليهما اج جب يلتقيان على نقطة ج ونتعلم على القطع
نقطتين كيف ما وقعتا وهما نقطتا ده ونخرج عليهما خطين موازيين للخطين
اج جب عليهما ده زح دح ط فاقول ان نسبة مربع اج الى المربع جب كنسبة

سطح ه ر في ر ه الى سطح ط ا في د ه ونخرج على نقطتي ا ب قطرين عليهما
ا ل م د س م ز ونتعلمهما كما في الصورة ونخرج الخطين المماسين وا ح ر
الموازيين لهما حتى يقع على القطرين ونخرج من نقطتي ه د خطين موازيين

للخطين المماسين عليهما د ه ر وتبين من الشكل السادس والاربعين
والسابع والاربعين من المقالة الاولى ان خط ه ب مساو لخط ب ا لان

ط ه موازي لخط ا ب المماس وخط ط ح لخط ه د ولان خط ه ر انقسم بنصفين على
نقطة ب وبقسمين مختلفين على نقطة ه يكون سطح ه د في ر ه مع مربع ب ه
مساو لمربع ب ر ولان المثلثات متشابهة من اجل ان الخطوط متوازية
يكون نسبة مربع ب ه الى مثلث ه م ب كنسبة مربع ب ر الى مثلث ب ر ل فاذا
القينا من مثلث ب ر ل مثلث ه ب م ومن مربع ب ر مربع ب ه بقيت نسبة
سطح ه د في ر ه الى السطح ه م ل ر ذي الاربعة الاضلاع الباقي كنسبة مربع
ب ه الى مثلث ه م ب ولكن نسبة مربع ه ب الى مثلث ه م ب كنسبة مربع
ا ه الى مثلث ا ه د لتشابه المثلثين فنسبة سطح ه د في ر ه الى سطح م ل
ذي الاربعة الاضلاع كنسبة مربع ا ه الى مثلث ه ا د ولكن مثلث ا ه د
مساو لمثلث ف ب كما تبين في الشكل الاول من هذه المقاله وسطح
د م مساو لسطح د و كما تبين في الشكل الثالث من هذه المقاله فنسبة سطح
ه د في ر ه الى السطح د و كنسبة مربع ا ه الى مثلث ح ب ف ولذلك ايضا تبين
ان نسبة سطح ط د في ر د الى السطح ه و كنسبة مربع ب ه الى مثلث ف ب فلان
نسبة سطح ه د في ر ه الى السطح د و ذي الاربعة الاضلاع كنسبة مربع
ا ه الى مثلث ح ف ب وعلى عكس ذلك يكون نسبة د و ذي الاربعة الاضلاع
الى السطح ط د في ر ه كنسبة مربع ه ب الى مثلث ح ب ف فبالمساواة يكون
نسبة مربع ا ه كنسبة سطح ه د في ر ه الى السطح ط د في ر د وذلك ما اردنا الى مربع ه ب
ان نبين مح كل خطين يماسان اي قطع كان من قطوع المخروط ا
المتقابلين او كليهما فيلتقيان ونتعلم نقطة على القطع الاخر و
نخرج منها خطا موازيا لاحد الخطين المماسين يقطع القطع ويلقى الخط
الخط المماس الاخر فان نسبة مربعي الخطين المماسين احدهما الى صاحبه
كنسبة السطح الذي يكون من تضعيف الخط الموازي فيما يقع منه خارج
القطع الى مربع الخط الذي يخرج من موضع ينتهي فيه ذلك الخط الموازي الى

نقطة التماس فليكن قطعان متقابلان عليهما ا م وخطان مماسان لاحدهما
او لكليهما عليهما ا د ل ب د ط ونخرج قطرين على موضع نقطتي التماس
عليهما ا م ب د ونتعلم على قطع ب د نقطة ما عليها ه ونخرج من نقطة ه خطا
موازيا لخط ب ط عليه ه ر د فاقول ان نسبة مربع ب ط الى مربع ا ل كنسبة
سطح ه د في د ر الى مربع د ا ونخرج على نقطة ه خطا موازيا ا د عليه ه ح س
فلان قطع ا ب قطع زايد وقطره ب د وخط ب ط مماسه واخرج خط ه ر موازيا

لخط ب ط يكون خط ب ح مساويا لخط ح د كما تبين في الشكل الثامن والاربعين

من المقالة

من المقالة الاولى وقد زيد في طوله خط ه د فسطح ر ه في ه م مع مربع د ا
مساو لمربع م ح ولان خط ه ل موازي لخط د ر يكون مثلث ح ه ل شبيه
بمثلث ه م ح فنسبة مربع م ح الى مثلث ح ه ل كنسبة مربع م ح الى مثلث
م ح ر فاذا القينا من مثلث ح ه ل مثلث ح ه ر ومن مربع م ح مربع د ح بقي
نسبة سطح ر ه في ه د الى سطح ر ه ل د ذي الاربعة الاضلاع كنسبة
مربع د ح الى مثلث ح ه ل ولكن نسبة مربع ه م الى مثلث ح ه ل كنسبة مربع
ب ط الى مثلث ب ه ل لتشابه المثلثين فنسبة سطح ر ه في ه د الى السطح
ه ر ل ه ذي الاربعة الاضلاع كنسبة مربع ب ط الى مثلث ب ه ل ولكن
سطح م ر ل ه ذو الاربعة الاضلاع مساو لمثلث ا م ح لان مثلث
ا ل م مساو لسطح ح ر م ح كما تبين في الشكل السابع من هذه المقالة فاذا
جعلنا سطح ح ل م ح مشتركا صار مثلث ا م ح مثل سطح م ر ل ح ومثلث ب ه ل
مساو لمثلث ا د ط كما تبين في الشكل الاول من هذه المقالة فنسبة
سطح ر ه في ه د الى مثلث ا م ح كنسبة مربع ب ط الى مثلث ا د ط ونسبة
ا م ح الى مربع د ا كنسبة مثلث ا د ط الى مربع ا د فبالمساواة يكون
نسبة مربع ب ط الى مربع د ا كنسبة سطح ر ه في ه د الى مربع د ا وذلك
ما اردنا ان نبين يط كل خطين مماسان القطعين المتقابلين
ويلتقيان ونتعلم على كل واحد من القطعين نقطة ونخرج منها خطا
موازيا للخط المماس الاخر ايضا فان نسبة مربعي الخطين المماسين احدهما
الى الاخر كنسبة السطح الذي يكون من ضرب الخط الموازي للمماس فيما
يقع منه خارج القطع الى السطح الذي يكون من ضرب الخط الاخر الموازي
للمماس الاخر فيما يقع منه خارج القطع ولكن قطعان متقابلان عليهما
ا ب ح د ومركزهما نقطة ه وخطان مماسان للقطع عليهما ا د ر د يلتقيان
على نقطة ر ونخرج من نقطتين من القطعين خطوط موازية لخطي ا د ر د

عليها ح ط ه ح ط م د ح ط ل فاقول ان نسبة مربع ا د الى مربع د ه كنسبة سطح ح ل فى ل ه الى سطح م ل فى ل م برهانه انا نخرج من نقطتى م ه خطين موازيين لخطى ا د د ه عليهما ه ف م د فلان نسبة مربع ا د الى مثلث ا د ه كنسبة مربع ط ل الى مثلث ط ل ح وكنسبة مربع ط ه الى مثلث ط ف ه فاذا القينا من مربع ط ل مربع ط ه بقى سطح م ل فى ل ه لان ح ه قد انقسم بنصفين على ط وزيد فى طوله خط ل ه واذا القينا من مثلث ط ل ح مثلث ط ف ه بقى سطح ف ه ل ح فيصير نسبة م ل فى ل ه الى السطح ه ف ح ل ذى الاربعة الاضلاع كنسبة مربع ا د الى مثلث ا د ه ولكن نسبة مثلث ا د ه مسا و لمثلث ف م كما تبين فى الشكل

الرابع من هذه المقالة وسطح ف ح ل ه مسا و لسطح ح د م ل كما تبين فى الشكل السابع من هذه المقالة فنسبة مربع ا د الى مثلث د م كنسبة سطح ل ه فى ل ه الى سطح د م ل ه وبمثل هذا الطريق تبين ان نسبة مثلث د م الى

ع

مربع د ه كنسبة سطح د م ل ه الى سطح م ل فى ل م وبالمساوات يكون نسبة مربع ا د الى مربع د ه كنسبة سطح ح ل فى ل ه الى سطح م ل فى ل م وذلك ما اردنا ان نبين ح كل خطين يماسان القطعين المتقابلين ويلتقيان ويخرج من موضع التقائهما خط مواز للخط الذى يصل ما بين نقطتى التماس يقطع القطعين جميعا ويخرج ايضا خط اخر مواز له يقطع الخطين المماسين والقطعين فان نسبة السطح الذى يكون من ضرب قطعى الخط الذى يجوز على موضع التقاء الخطين المماسين احدهما فى الاخرى الى السطح الذى يكون من ضرب قطعى الخط الاخر الموازى له احدهما فى الاخرى كنسبة مربع الخط المماس الى مربع قسمه الذى تفصله منه الخط الموازى للخط الذى يصل بين نقطتى التماس فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب ح د مركزهما نقطة ه والمماسان لهما خطا ا ر د ونصل ا ه د ا ونخرجهما على استقامة ويخرج على نقطة ر خطا موازيا لخط ا د عليه ب ر ط و نعلم نقطة ما عليهما ح ونخرج من نقطة ح خطا موازيا لخط ا د عليه ح ل م د م فاقول ان نسبة سطح ب ر فى ر ط الى مربع ا ر كنسبة سطح ح ل فى ل م الى مربع ل ا فنخرج من نقطتى ح ب خطين موازيين لخط ا د عليهما ح ف ب ق فلان نسبة مربع ب ر الى مثلث ب ر ق كنسبة مربع ح ل الى مثلث ح ل ف لتشابه المثلثين ولنسبة مربع ل ا الى مثلث ل ا ر و خط ر ه ينقسم خط ب ط بنصفين كما تبين فى الشكل التاسع و الثلثين من المقالة الثانية على نقطة ر وينقسم بقسمين مختلفين على ل فسطح ح ل فى ل م مع مربع ل ر مثل مربع ح ر فاذا القينا من مربع ح ر مربع ل ر بقى سطح ح ل فى ل م ومن مثلث ح ف ر مثلث ل ا ر يبقى سطح ح ل ا ف ذى الاربعة الاضلاع لنسبة مربع ب ر الى مثلث ب ر ق ولكن مربع ب ر مسا و لسطح ب ر فى ر ط ومثلث ب ر ق مسا و لمثلث ا ر ط فيكون نسبة سطح ح ل فى ل م الى سطح ح ل ا ف

كما تبين في الشكل الحادي عشر من هذه المقالة وسطح هـ د ر ف ذو
الاربعة الاضلاع مساو لمثلث ا د كما تبين في الشكل الحادي عشر
من هذه المقالة فنسبة سطح ب د في د ه الى مثلث ا د ط كنسبة سطح
هـ د في د م الى مثلث ا د و ولكن نسبة مثلث ا د ط الى مربع ا د كنسبة

مثلث ا د و الى مربع ا د فبالمساواة يكون نسبة سطح ب د في د ه الى
مربع د ا كنسبة سطح هـ د في د م الى مربع ا د وذلك ما اردنا ان نبين
كا فاذ قد تبين ما ذكرنا فليكن قطعا ا ب متقابلان ونعلم عليهما
نقطتي د ا ويخرج منهما خطي د ا يماسان القطعين ويلتقيان على د
ونصل خط ا د ونعلم على قطع ا ب نقطتي ح ه ونخرج عليهما خطي د ص ح ر ف
ق ه ر م يوازيان خط ا د وخطي ح ل م ه ع ث ب ر ذ يوازيان خط ا ب ونخرج
قطر م ا م ذ ط ونخرج على نقطة د خطا موازيا لخط ا د عليه ب ر ف ر ط فاقول
ان نسبة سطح ب د في د ه الى مربع ا د كنسبة سطح ح ع في ع ر الى سطح د ع
في ع ح برهان ذلك انا نخرج خط ب ث موازيا لخط ا د ونخرج قطر

لانه

ب م ق ه فنسبة مربع ا د الى مثلث ا د ط كنسبة مربع ا ل الى مثلث ا ل م
وكنسبة مربع ص ح الى مثلث ص ح د وكنسبة مربع ص ح الى مثلث ص ح م فنسبة
مربع ص ح الى مثلث ص ح د كنسبة مربع ص ح الى مثلث ص ح م واذا انقصنا
من مربع ص ح مربع ص ح بقي سطح د ح في ح ح لان خط د ح خط ترتيب وقد
قسم قطر ر ا م بنصفين على م وزيد في طوله خط ح ح واذا انقصنا
من مثلث ص ح د مثلث ص ح م بقي سطح م ق ع ح ذو الاربعة الاضلاع فيبقى
نسبة سطح د ح في ح ح الى السطح ح ق ع م ذي الاربعة الاضلاع كنسبة
مربع ا د الى مثلث ا د ط ولكن مثلث ا د ط مساو لمثلث ث ب د كما تبين
في الشكل الحادي عشر من هذه المقالة فنسبة مربع ا د الى المثلث
ب د ط كنسبة سطح د ح في ح ح الى السطح ح ع ذ ر ذي الاربعة الاضلاع
ونسبة مثلث ب ث الى مربع ب د الذي هو مثل سطح ب د في د ه كنسبة
سطح ح ع ذ ر الى السطح ح ع في ع ز وتبين ذلك كما تبين في الشكل الذي
قبل هذا وذلك ان خط ح ز قد قسم بنصفين على ى كما تبين في الشكل الثاني

وسطح ع ح ذ م مثل سطح ح ع
ذ ر كما تبين في الشكل الثاني
عشر من هذه المقالة

والثلاثين من المقالة الثانية وبقيتهما مختلفين على ي ومثلثا
ط د ب ه ح ب ح ي ق ب متشابهة فهى لنسبة المساواة اذا القينا سطح
ي ق ب ذا الاربعة الاضلاع ب د ق يكون لنسبة مربع ا د الى سطح ب د فى ه
كنسبة سطح ح ي فى ي ي الى سطح ح ي فى ي ق وعلى عكس ذلك يكون نسبة
سطح ب د فى ه د الى مربع ا د كنسبة سطح ح ي فى ي ق الى سطح ح ي فى ي ي وذلك
ما اردنا ان نبين كب اذا كان قطعا ا ب متقابلان وكان خطان مماسان
لهما عليهما ا ب وهما متوازيان ونصل ا ب ونخرج خط ح ي موازيا لخط
ا ب كيف ما وقع وخط ه ط م موازيا لخط ا د كيف ما وقع فاقول ان نسبة
ا ب الى الضلع القائم لقطر ا ب كنسبة سطح ح ي فى ي د الى ح ه فى ه م برهان
انا نخرج على نقطتى ح د خطين موازيين لخط ا د عليهما د ح م فلان خطى ا د
ب د مماسان القطوع وهما متوازيان والقطر ا ب كما تبين فى الشكل
الحادى والثلاثين من المقالة الثانية وقد خرجت خطوط ه ل د ح ح
على الترتيب كما تبين فى الشكل الثامن والاربعين من المقالة الاولى
يكون لنسبة ا ب الى الضلع القائم له كنسبة سطح ب ل فى ل ا الى مربع ل ه
كما تبين فى الشكل الحادى والعشرين من المقالة الاولى وهو ايضا
كنسبة سطح ب د فى د ا الى مربع د د الذى هو مثل مربع ل ه فنسبة سطح
ب ل فى ل ا الى مربع ه ل كنسبة سطح ب د فى د ا الذى هو مثل م ا فى ا د
لان ا د مساو لب م الى مربع ل ه فاذا نقصنا من مربع ه ل مربع ل ه بقى سطح
ه ه فى ه م واذا القينا من سطح ب ل فى ل ا سطح ب د فى د ا بقى سطح ب ل فى
ل د مع سطح ل د فى د ا ولكن د ا مثل م ا فالذى يبقى اذا هو سطح ل د
فى د م فنسبة سطح م ل فى ل د الى سطح ه ه فى ه م كنسبة ا ب الى الضلع
القائم له وسطح م ل فى ل د مثل سطح ح ه فى ه د فنسبة ا ب الذى هو
المجانب للشكل الى الضلع له كنسبة سطح ح ه فى ه د الى سطح ه ه فى ه م

وذلك بما اردنا ان نبين

كج اذا كانت قطوع متقابلة مزدوجة عليها ا ب ح د ه ي ط ومركزها
نقطة ط ونخرج خطين مماسين لقطعى ا ب المتقابلين عليهما ا ك ح د ه
ي ه ل يلتقيان على نقطة ل ونصل ا ه ل ونخرجهما الى نقطتى ب ونخرج
من نقطة ح خطا موازيا لخط ا د عليه ح د ح ي ومن نقطة ط خطا موازيا
لخط ه ر عليه ط ف ق ر ز فاقول ان نسبة مربع ه ل الى مربع ا ل كنسبة سطح
ط م فى م ز الى سطح ح ر فى ر ي فلنخرج على نقطة ز خطا موازيا لخط ا ل
عليه ز س ومن نقطة ي خطا موازيا لخط ه ل عليه ح ب فلان خط ب قطر
للقطوع المزدوجة المتقابلة وخط ه ل يماس القطع واخرج خط ط ر ز موازيا
له يكون خط م ز مساويا لخط ف ز كما تبين فى الشكل العشرين من المقالة
الثانية ولذلك يكون خط ح ي مساويا لخط ي ح فلان نسبة مربع ه ل الى
مثلث ه ث ل كنسبة مربع ف ر الى مثلث ف م ز لتشابه المثلثين ولنسبة

مربع ز ر الى مثلث ز ه ر واذا نقصنا من مربع ز ر مربع ز ه بقي سطح ط م في
م ر واذا نقصنا من مثلث ز ر ز مثلث ز ه د بقي سطح م د ه ذو الاربعة
الاضلاع فنسبة سطح ط م في م ر الى سطح د م ز م ذى الاربعة الاضلاع
كنسبة مربع ه ر الى مثلث ث ر ه ولكن مثلث ه ث ا مساو لمثلث ا ل ح
كما تبين في الشكل الرابع من هذه المقالة وسطح م د م ز ذو الاربعة

الاضلاع مساو لسطح م ر ث ح ذى الاربعة الاضلاع لانه قد تبين
في الشكل الخامس عشر من هذه المقالة ان سطح ز ذ و ر يكون ابدا مثل
سطح ح ت ه د فاذا القينا المشترك وهو سطح ذ ه د ه بقي سطح م د م ز

ذو الاربعة

ذو الاربعة الاضلاع مثل سطح م ر ث ح ذى الاربعة الاضلاع
فنسبة مربع ه ذ الى مثلث ا ل ح كنسبة سطح ط م في م ز الى سطح م ح ث ذ
ذى الاربعة الاضلاع وكذلك تبين ان نسبة مثلث ا ح ل الى
مربع ا ل كنسبة سطح م ق ث ح الى سطح ى م في م ح فبالمساواة يكون
نسبة مربع ه ذ الى مربع ا ل كنسبة سطح ط م في م ز الى سطح ى م في م ح و
ذلك ما اردنا ان نبين كل اذا كانت قطوع مزدوجة متقابلة
عليها ا ب ج د ومركزها نقطة ه واخرج من نقطة ه قطر مجانب عليه
ا ه ج وقطر قائم عليه ب ه د واخرج خطان موازيان لخطي ا ه ب ه عليهما
ب ط ح ك ل م د ى ن ف يلتقيان على نقطة م فاقول انه ان كانت نقطة
م داخلا من زاوية ز ه ث او داخلا من زاوية ت ه ر فان سطح م ه
في ر ا مع سطح اخر يكون نسبته الى سطح م ه في م ق كنسبة مربع ا ه الى مربع
يكون مساويا لضعف مربع ا ه ونخرج الخطوط التي لا تقع على القطوع
وهي ا ه ر ث ه ث ونخرج على نقطة ا خطا مماسا للقطع عليه ا ز ونخط
ذ ا مثل خط ا ث كما تبين في الشكل الثالث من المقالة الثانية فيكون
سطح ز ا في ا ث مساويا لمربع ه د كما تبين في الشكل الحادي والعشرين
من المقالة الثانية فيكون نسبة سطح ز ا في ا ث الى مربع ا ه كنسبة مربع
ه د الى مربع ه ا ولكن نسبة سطح د ا في ا ث الى مربع ا ه مركبة من نسبة
ذ ا الى ا ه ومن نسبة ث ا الى ا ه ولكن نسبة ز ا الى ا ه كنسبة د م الى م ط
لتشابه المثلثين ونسبة ث ا الى ا ه كنسبة ذ م الى م ه فنسبة مربع ه د
الى مربع ه ا مركبة من نسبة د م الى م ط ومن نسبة ذ م الى م ه والنسبة
المركبة من نسبة د م الى م ط ومن نسبة ذ م الى م ه هي كنسبة سطح ذ م في
م د الى سطح م ه في م ط للذي تبين في المقدمات التي جعلت لهذا
الكتاب فنسبة مربع ه د الى مربع ه ا كنسبة سطح ذ م في م د الى سطح ه م في م ط

واذا جمعنا كانت نسبة مربع ده الى مربع ا كنسبة مربع د مع سطح ذ ح
في ح د الى مربع ا ه مع سطح ح ر في ر ط ولكن مربع ده مساو لسطح ذ ه في ه د
كما تبين في الشكل الحادي عشر من المقالة الثانية الذي هو مثل
سطح ذ د في د م لان ذ ه مثل ه د كما تبين في الشكل السادس عشر من
من المقالة الثانية ومربع ا ه مساو لسطح ح ر في ر ط كما تبين في الشكل الحادي
عشر من المقالة الثانية وسطح ح ر في ر ط مثل سطح ل ط في ط ه لان ل ح مثل
ط ه كما تبين في الشكل السادس عشر من المقالة الثانية فاذا جمعنا
كانت نسبة مربع ده الى مربع ا كنسبة سطح ذ ه في ه ذ مع سطح ذ د في
د م الى سطح ح ر في ر ط مع سطح ل ط في ط ه ولكن سطح ذ ه في ه ذ مع سطح ذ
د في د م مساو لسطح ذ ه في ه د لان ذ ذ مثل د م فنسبة مربع ده الى السطح
المربع الكائن من ا كنسبة سطح ذ ه في ه د الى السطح ح ر في ر ط مع سطح
ح ر في ر ط فتبين ان سطح ح ر في ر ط مع سطح ح ر في ر ط مثل مربع ا لان
ل ح مثل ط ه وسطح ح ر في ر ط مساو لمربع ا فسطح ح ر في ر ط مع سطح ح ر
في ر ط ومع سطح ح ر في ر ط مساو لضعف مربع ا ه ولبقع ... على ذ على
احد الخطين اللذين لا يقعان على القطع على نقطة ط كما في الصورة الثانية
فيكون سطح ر ط في ط ل مساو لمربع ا كما تبين من الشكل الحادي عشر و
السادس عشر من المقالة الثانية وسطح م ط في ط ذ مساو لمربع ده كما
تبين من الشكل الحادي عشر والسادس عشر من المقالة الثانية
فنسبة مربع ده الى مربع ا كنسبة سطح م ط في ط ذ الى سطح ر ط في ط ل ولكن
سطح ر ط في ط ل مساو لمربع ا ه وضعفه لضعفه فان كانت نقطة ح د خارجا
من زاوية ده ا او داخلا من زاوية ... على ما في الصورة الثالثة
ولذلك تبين ان نسبة مربع ده الى مربع ا كنسبة سطح ذ ه في ه د الى
سطح ح ر في ر ط ولكن سطح ... في م د الذي هو مثل سطح ذ د في د م مساو

لمربع

لمربع ده فنسبة سطح ذ د في د م الى مربع ا كنسبة سطح ذ ه في ه د الى سطح
ح ر في ر ط كما تبين في نظيره من قبل ويبقى نسبة سطح ذ ه في ه د الى
فضله مربع ا ه على سطح ح ر في ر ط كنسبة سطح ذ د في د م الى مربع ا فنبين

ان سطح ر ح في ر ل اذا زيد عليه فضله مربع ا على سطح ح ر في ر ل كان
مساويا لضعف مربع ا ه المساوي لسطح ر ط في ط ل فبقي ان نبين ان

سطح ه ط فی ا ر مع فضله مربع ا ه علی سطح ه ر فی ه ا مساويا لمربع ا ه
ولكن الاول وهو سطح ه ر فی ه ط اذا زيد عليه الفضلة كان مساويا
المربع ا ه الذی هو الاعظم فسطح د ر فی ه ا مع سطح نسبة سطح اخر يكون
نسبته الی السطح ا ر فی ه ذ كنسبة مربع ا ه الی مربع ه ب مساو لضعف مربع
ا ه وذلك ما اردنا ان نبين كه وشبيه الاشياء علی حالها ليكن
تقاطع الخطوط المتوازية لخطی ا ر ب ه داخلا فی احد قطعی ب س علی نقطة ر مثل ما
فی هذه الصورة فاقول ان السطح الذی يكون من ضرب ع ر فی ه د اعظم
من السطح الذی يكون نسبة سطح ذ ر فی ه م اليه كنسبة مربع القطر
القائم الی مربع المجانب بضعف مربع نصف المجانب برهان ذلك
انا ان اخرجنا من نقطة ا خطا مماسا للقطع ا وانفذناه حتی ينتهی الی
الخطين اللذين لا يقعان علی القطع انقسم بنصفين علی نقطة ا وصارت
نسبة سطح احد نصفيه فی الاخر الی مربع ا ه كنسبة مربع احد نصفيه
الذی هو مثل د ه كما تبين فی الشكل الحادی والعشرين من المقالة
الثانية الی مربع ا ه التی هی كنسبة مربع د ه الی مربع د ا ولكن نسبة سطح
احد نصفی الخط المماس فی نصفه الاخر الی مربع ا ه مؤلفة من نسبة احد
نصفيه الی خط ا ه ومن نسبة الضلع الاخر منه الی خط ا ه فنسبة مربع ع ه الی
مربع ا ه مؤلفة من نسبة احد نصفی الخط المماس الذی يمر بنقطة ا الی
خط ا ه ومن نسبة النصف الاخر منه الی خط ا ه فاما نسبة احد النصفين
الی خط ا ه فهی كنسبة ل ر الی ح ه التی هی كنسبة ل ر الی ه د واما نسبة النصف
الاخر منه الی خط ا ه فهی كنسبة ف ر الی ه ح التی هی كنسبة ذ ر الی ه د فنسبة
مربع د ه الی مربع ا ه مؤلفة من نسبة ط ر الی ه د ومن نسبة ذ ر الی ه د التی
هی كنسبة سطح ذ ر فی ط ر الی سطح ه د فی ه د من اجل ما تقدم بيانه
فی الاشكال التی جعلت مقدمات لهذا الكتاب يكون كنسبة مربع

الی

الی مربع ا كنسبة سطح ذ ر فی ه ط الی سطح ه ر فی ر ل ولكن مربع د ه مثل
لسطح ف م فی م ط كما تبين فی الشكل الحادی عشر من المقالة الثالثة
ولذلك يكون مربع ا ه مساويا لسطح ل ع فی ع د فنسبة مربع د ه الی مربع ا ه
كنسبة سطح ف م فی م ط الی السطح ل ع فی ع د ولان نسبة سطح ف ر فی ه ط
الی السطح ا ر فی ه د كنسبة المنقوص منه وهو سطح ف م فی م ط الی المنقوص
من الاخر وهو سطح ل ع فی ع د الذی هو مثل ح د فی د ع لان ع د مثل ع ح
كما تبين فی الشكل السادس عشر من المقالة الثانية واذا القی
من سطح ف ر فی ه ط سطح ف م فی م ط يكون الباقی مثل سطح ف ه فی ه م
من اجل ان ه ف مثل ط م واذا القی من سطح د ه فی ه د سطح د ع فی ع ل
بقی سطح ه ر فی ه ح لان سطح ر د فی د ه مثل مربع ا ه وسطح د ر فی ه د

ايضا مثل مربع ا ه كما تبين من الشكل العاشر ومن الحادی والعشرين

والعشرين من المقالة الثانيه فنسبة سطح ق د في ه د الى سطح ه د في ه د
الباقي كنسبة مربع د ه الى مربع ا ه فقد بقي ان تبين ان سطح ه ح في ه د
اعظم من سطح ه د في ه د بضعف مربع ا ه ويطرح سطح ه د في ه د المشترك
فيبقى ان تبين ان سطح ه ر في ه د مثنا ولضعف مربع ا ه وهو كذلك و
من اجل ما تبين في الشكل الثالث والعشرين من المقالة الثانيه
فان كان تقاطع الخطين على نقطة ه داخلا في احد قطعي ا ح على مثل ما
في هذه الصورة كان السطح الذي يكون من ضرب ل ه في ه د اصغر من
السطح الذي يكون نسبته السطح الذي يكون من ضرب ة ه في ه ح اليه
كنسبة القطر القائم الى المجانب بضعف مربع ضعف المجانب الذي هو
من اجل ما قد تقدم ذكره في الشكل الذي قبل هذا يكون نسبة مربع د ه
الى مربع ا ه كنسبة سطح ث ه في ه د الى سطح ه ح في ه ط ولكن مربع د ه مساو
لسطح ق ه في ه ح كما تبين من الشكل العاشر ومن الثالث والعشرين من
المقالة الثانيه فنسبة مربع د ه كنسبة سطح ق ه في ه ح الى مربع ا ه و — الى مربع ا ه
لنسبة سطح ث ه في ه د الى سطح ه ح في ه ط فاذا جمعنا كانت نسبة سطح
ق ه في ه ح الى سطح ه ح في ه ط مع مربع ا ه كنسبة مربع د ه الى مربع ا ه لان
ق ث مثل ه ح وث ح مثل ه د فقد بقي ان تبين ان سطح ل ه في ه د اصغر
من سطح ه ح في ه ط بمربع ا ه الذي هو مثل ل ط في ل د ولكنه اصغر منه
بهذا المقدار لان سطح ل ط في ل د مع سطح ل ه في ه د مثنا ولسطح ه ح
في ه ط لان ل ه مثل ه د فقد تبين ان سطح ل ه في ه د اصغر من سطح ه ح
في ه ط مع مربع ا ه بضعف مربع ا ه وذلك ما اردنا ان نبين

كز اذا كان شكل ا ب ح قطعا ناقصا او محيط دائرة ومركزه نقطة ه
واخرج قطران مزدوجان احدهما القائم وهو خط ا ه والاخر المجانب
وهو خط ب ه د واخرج خطان موازيان لخطي ا ب ح عليهما ا د ح ل ط ح د ل م فان تربيع
خطي ح د ط اذا زيد عليهما السطوح التي تكون على خطي ح د م الشبيهة
بالسطح المضاف الى خط ا ه الذي عرضه الخط الذي القائم له كانت مساويا
لمربع ب ه فنخرج من نقطة د خطا موازيا لخط ا ه عليه د ه فنبين انه يخرج على
على الترتيب الى خط ب د وليكن الضلع القائم لقطر ب ه خط ه ف فلان نسبة
خط ب ف الى ا ه كنسبة ا ه الى ب د كما تبين في الشكل الخامس عشر من
المقالة الاولى يكون نسبة ب ف الى ح د كنسبة مربع ا ه الى مربع ب ه ولكن

مربع به مساويًا للسطح المضاف الى خط اب الذى عرضه الضلع القائم لقطر
اب لان نسبة الضلع القطر اب لنسبة آلى اب فنسبة بز الى بد كنسبة
مربع اب الى السطح المضاف الى خط اب الذى عرضه الضلع القائم لقطر اب
ونسبة مربع اب الى السطح المضاف الى خط اب الذى عرضه الضلع القائم
لقطر اب كنسبة مربع دم الى السطح المضاف الى دم الشبيه بالسطح المضاف
الى اب الذى عرضه الضلع القائم لقطر اب فنسبة زب الى بد كنسبة مربع
دم الى السطح المضاف الى دم الشبيه بالسطح المضاف الى اب الذى عرضه
الضلع القائم له ولكن نسبة زب الى بد كنسبة مربع دم الى دم في مه كما تبين
في الشكل الحادى والعشرين من المقالة الاولى فالسطح المضاف الى
خط دم الذى هو مثل دا الشبيه بالسطح المضاف الى خط اب الذى عرضه
الضلع القائم له هو مساو لسطح مه في دم وكذلك تبين ان سطح المضاف
الى خط دل الشبيه بالمضاف الى اب الذى عرضه الضلع القائم له هو
مساو لسطح سل في لد ولان خط دا من الصورة الاولى قد انقسم بنصفين
على نقطة ح وبقسمين مختلفين على نقطة د وخطوط دط من الصورة الثانية
قد انقسم بنصفين على نقطة ح وزيد في طوله دى يكون مربع طد ضعف
مربعى طح حد ومربعا طح حد مساويان لمربعى دح حد ومن اجل ذلك ايضا يكون
مربعا دد دو ضعف مربعى حل لد فالسطحان المضافان الى خطى دد دو
الشبيهين بالسطح المضاف الى خط اب الذى عرضه الضلع القائم له هما
ضعف السطحين المضافين الى حل لا المتشابهين للسطح المضاف الى
خط اب الذى عرضه الضلع القائم له ولكن السطحان المضافان الى
خطى حل لد مساويان لسطحى مه في مد وسل في لد ومربعا دح حد مساويا
لمربعى هه هل فمربعا دد دط مع السطحين المضافين الى خطى حد دم الشبيهين
بالسطح المضاف الى خط اب الذى عرضه الضلع القائم له هما ضعف سطحى

القائم

سو في مد وسل في لد ومربعى هه هل ولان خط سد انقسم بنصفين على
نقطة ه وبقسمين على نقطة م يكون سطح سم في مد مع مربع مه مساو لمربع
سه وسطح سل في لد مع مربع له مساو لمربع سه فسطح سم في مد وسطح سل في
لد ومربعا مه هل مساوية لضعف مربع سه فمربعا دد دط مع السطحين المضافين
الى خطى حد دم الشبيهين بالسطح المضاف الى خط اب الذى عرضه الضلع
القائم له هما مثلا ضعف مربع سه ولكن مربع سه اربعة امثال مربع ه
فمربعا دد دط اذا زيد عليهما السطحان المضافان الى حد دم الشبيهان
بالسطح المضاف الى خط اب الذى عرضه الضلع القائم له كانت ثمانية امثال
لمربع سه وذلك ما اردنا ان نبين كح اذا كانت قطوع متقابلة

ود وجنة عليها اب ود وقطرها القائم خط اه والمجانب سه واخرج
خطان موازيان لهما بط حو لي مد يقطع بعضها بعضا ويقطع ا
القطوع فان نسبة مربعى لى لى د الى مربعى مه حه كنسبة مربع اه

الى مربع ب د فلنخرج من نقطتى د ل خطين على الترتيب عليهما ا ص ه فبين

انهما موازيان لخطى ا ه ب د ونخرج من نقطة ب القائم الذى لخط ب و هو

خط ب ف فبين ان نسبة ف د الى ب د كنسبة مربع ا ه الى مربع ب د كما تبين

بعقب الشكل السادس عشر من المقالة الاولى وهى ايضا كنسبة مربع

ا ه الى مربع ه ب ولنسبة مربع ب ح الى السطح ب ح فى ح د كما تبين فى الشكل

الحادى والعشرين من المقالة الاولى ولنسبة سطح ه م فى م ا الى مربع

د م لان نسبة الضلع القائم لقطر ا ه الى القطر ب د لنسبة ب د الى القطر ا ه

فنسبة واحد من المقدمات الى واحد من التوالى لنسبة المقدمات

الى التوالى فنسبة مربع ا ه الى مربع ب د كنسبة سطح ه م فى م ا مع مربع ا ه

ومع مربع ح د الذى هو مثل مربع ه ط الى سطح ب ح فى ح د مع مربع ب د ومربع د م

الذى هو مثل مربع م ه ولكن سطح ه م فى م ا مع مربع ه ا مساو لمربع م ه

لان

لان ا ه قسم بنصفين على ه وبقسمين على ا فى ح د مع مربع ب ه مساو لمربع ح فنسبة

مربع ا ه الى مربع ب د كنسبة مربعى ه ط و الى مربعى ح ه م المساوية لنسبة

مربعى ل م الى مربعى ب ط ولكن مربعا د ح ضعف مربعى ل ح لان ل د قسم

بنصفين على ح كما تبين فى الشكل التاسع عشر من المقالة الاولى

وقسم بنصفين مختلفين على ح وبمثل ذلك تبين ان مربعى ح ح ه

ضعف مربعى ب ط فنسبة مربع ا ه الى مربع ب د كنسبة مربعى ل ح د الى

مربعى ح ح ه وذلك ما اردنا ان نبين كط اذا كانت خطوط مزدوجة

عليها ا د وكان قطرها المجانب ب د والقطر القائم ا ه وكان ن ح ه

موازيا لقطر ب د وكان ل م د موازيا لقطر ا ه وقطع خط ل د للخطوط التى لا تقع

على القطع على نقطتى ص ح فان نسبة مربعى ص ح ح اذا زيد عليهما ضعف

مربع ا ه الذى هو مثلا مربع ا ه الى مربع ح ح ه يكون كنسبة مربع ا ه الى مربع

ب د برهان ذلك ان مربع ا ه مثل سطح ا م فى م د كما تبين من الشكل الحادى

عشر من المقالة الثانيه والشكل السادس عشر منها وخط ا م مثل خط
ح د كما تبين فى الشكل السادس عشر من المقالة الثانيه فيكون ذنا
مربعى ل ح د على مربعى م ح ح بضعف سطح د م فى م ل مع مربع م ح ح
مع ضعف مربع ا ه مساوية لمربعى ل ح د وقد كان تبين فى الشكل
الذى قبل هذا ان نسبة مربعى ل ح د الى مربعى م ح ه كنسبة مربع ا د
الى مربع ب ه ولنسبة مربعى م ح ح مع ضعف مربع ا ه الى مربعى ب ح ه كنسبة
مربع ا د الى مربع ب ه وذلك ما اردنا ان نبين ل كل خطين مماسين
القطع الزايد ويلتقيان ويخرج خط يصل ما بين نقطتى التماس ويخرج
من موضع التقاء المماسين خط موازٍ لاحد الخطين اللذين لا يقعان
على القطع يقطع القطع وينتهى الى الخط الذى يصل ما بين نقطتى التماس
فان الخط الذى اخرج من موضع التقاء الخطين المماسين وانتهى الى
الخط الذى يصل ما بين نقطتى التماس ينفصل بنصفين لخط القطع
فليكن قطع زايد عليه ا ب وخطان مماسان عليهما ا د وخطان لا
يقعان على القطع عليهما ه د ح ونصل ا ه ونخرج على كل نقطة ه خطا
يوازى خط ه عليه د ه ل فاقول ان خط د ه مساو لخط ه ل ونصل د ه د
نخرجه فى كلتى الجهتين ونجعل ب د مساو لخط د ط ونخرج على نقطتى
ب ه خطين موازيين لخط ا ه عليهما ب ه د ف فتبين انهما على الترتيب
ولان مثلث ب ه د شبيه بمثلث د ه ب يكون نسبة مربع د د الى مربع
د ه كنسبة مربع ب د الى مربع ب ه ولنسبة مربع ب د الى مربع ب ه كنسبة
خط ط ب الى الضلع القايم له كما تبين فى الشكل الثالث من المقالة
الثانيه فنسبة مربع د د الى مربع د ه كنسبة ط ب الى الضلع القايم
له ولنسبة ط ب الى الضلع القايم له كنسبة سطح ط د فى د ب الى مربع د ح
كما تبين فى الشكل الحادى والعشرين من المقالة الاولى فنسبة

مربع د د الى مربع د ه كنسبة سطح ط د فى د ب الى مربع د ه فسطح ط د فى د ب
مساو لمربع د د وسطح ب ه فى ه ه مساو لمربع ب د كما تبين فى الشكل التاسع
والثلثين من المقالة الاولى من اجل ان خط ا د مماس وخط ا ه على
الترتيب فسطح ط د فى د ب مع مربع ب د مساو لسطح ب ه فى ه ب مع مربع د د
وسطح ط د فى د ب مع مربع ب د مساو لمربع د د فسطح ب ه فى ه ب مع مربع د د مثل
لمربع د د فخط د م قد انفصل بنصفين على نقطة د وقد تبين فى طوله خط د د
متصل به على استقامة وخط ه د ل م متوازيان فخط د ه مساو لخط ه ل

وذلك ما اردنا ان نبين لا كل خطين يماسان القطعين المتقابلين
ويلتقيان ويوصل ما بين نقطتى التماس بخط ويخرج من موضع التقاء
الخطين المماسين يكون موازيا لاحد الخطين اللذين لا يقعان على
القطع ويقطع الخط الذى يصل ما بين نقطتى التماس فان ذلك الخط
ينقسم بنصفين بالقطع فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب وخطان

مماسان عليهما ا ب ه وتصل ا ب ونخرجه على استقامة وليكن خط د ه لا يقع
على القطعين ونخرج من نقطة ه خطا موازيا لخط ا ب عليه ح ط يلقى خط ا ب
على نقطة ط فاقول ان خط ح ه مساو لخط ح ط برهان ذلك انا نجعل المركز ه
ونصل ه ه ونخرجه الى نقطة ه ونخرج على نقطتى م ا خطين موازيين لخط
ا ب عليهما ه م ه ه ح و ومن نقطتى ه د خطين موازيين لخط ه د عليهما
ه ح ل فمثلث ه ه ه شبيه بمثلث ه ل ح ونسبة مربع ه ه الى مربع ه د
كنسبة مربع ه ل الى مربع ل ح وقد تبين من الشكل الحادى والعشرين من
المقالة الاولى والشكل الثالث من المقالة الثانية ان نسبة مربع
ه ه الى مربع ه د كنسبة سطح د ل فى ل ه الى مربع ل ح فنسبة سطح د ل فى
ل ه الى مربع ل ح كنسبة مربع ه ل الى مربع ل ح فسطح د ل فى ل ه مساو
لمربع ه ل ونزيد مربع ه ه مشتركا فسطح د ل فى ل ه مع مربع ه ه اللذين هما
مثل مربع ل ه المساوى لمربع ه و مساو لمربعى ل ه ه و ولكن نسبة مربع ه م الى

يحيى

مربعى ل ه ه كنسبة مربع م ه الى مربعى ل ه ه ه لتشابه المثلثات فمربع م ه
مساو لمربعى ل ه ه ه ولكن مربع ل ح مساو لمربع نصف القطر الثانى كما تبين
فى الشكل الحادى والعشرين من المقالة الثانية ومربع نصف القطر الثانى
مثل سطح ه ه فى ه ه كما تبين فى الشكل الثامن والثلثين من المقالة الاولى
فمربع ه و مساو لمربع م ه مع سطح ه ه فى ه ه فخط ه ه قد انفصل بنصفين على
نقطة م وبقسمين مختلفين على نقطة ه وخط ه ط مواز لخط ه م فخط ح ه
مساو لخط ح ط وذلك ما اردنا ان نبين كل خطين مماسان للقطع
القطع الزايد ويلتقيان ونخرج خطا يصل ما بين نقطتى التماس ونخرج
من موضع التقاء الخطين المماسين خط موازيا له ونخرج خطا من وسط
الخط الذى يصل ما بين نقطتى التماس يكون موازيا لاحد الخطين اللذين
لا يقعان على القطع فيلقى ذلك الخط الموازى فان الخط الذى فيما
بين وسط الخط الذى يصل ما بين نقطتى التماس وبين الخط الموازى
ينفصل بنصفين بالقطع فليكن قطع زايد عليه ا ب ح ومركزه نقطة
د والخط الذى لا يقع عليه خط د ه ويكون خطا ا د ح مماسين له
ونصل ح ا ونخرجه الى نقطتى د ل فقد تبين فى الشكل الثلثين من
المقالة الثانية ان خط ا ل مساو لخط ل ح فنخرج من نقطة ح خطا موازيا
لخط ا د عليه د ه ومن نقطة ط خطا موازيا لخط د ه عليه ط ل ه فاقول
ان خط ه ل مساو لخط ل ط برهان ذلك انا نجعل ح مثل ه ب ونخرج
على نقطتى م ل خطين موازيين لخط ا د عليهما ا م ن فيكون نسبة مربع ل د
الى مربع ه ب كنسبة مربع ط م الى مربع م ل لتشابه المثلثين ونسبة
سطح ح م فى م ب الى مربع م ل كما تبين فى الشكل الحادى والعشرين
من المقالة الاولى فسطح ح م فى م ب مساو لمربع م ط وسطح ل ه فى د د
مساو لمربع د ب كما تبين فى الشكل السابع والثلثين من المقالة

الاولى من اجل ان خط اد يماس القطع ويخرج اط على الترتيب فسطح ح ع
في ا ح مع مربع د ب المساوي من المربع د م مساو لسطح ط د في د د مع مربع
م ط لخط د ط قد انفصل بنصفين على نقطة م وزيد في طوله خط د د وخطا
ه د ل م متوازيين لخط ه د مساو لخط ط د وذلك ما اردنا ان نبين

لج كل خطين يماسان القطعين المتقابلين ويلتقيان ويخرج خط
يصل ما بين نقطتي التماس ويخرج خط من موضع التقاء الخطين المماسين
موازيا له ويخرج خط من وسط الخط الذي يصل بنقطتي التماس يكون موازيا
لاحد الخطين اللذين لا يقعان على القطع ويقع على القطع ويقطع الخط
الذي خرج على موضع التقاء الخطين المماسين موازيا للخط الذي يصل
ما بين نقطتي التماس فان الخط الذي يخرج من وسط الخط الذي ذكرنا
الى الخط الموازي ينفصل بنصفين بالقطع فليكن قطعان متقابلان
عليهما ا ه د ه وخطان مماسان لهما عليهما ا ى ح ى ومركزهما نقطة ط والخط
الذي لا يقع على القطع ط ه ويصل ط ح ويخرجه على استقامة ويصل
خط ا د فبين انه ينفصل بنصفين على نقطة ل ويخرج على نقطتي ط ح خطين

موازيين لخط ا د عليهما ط ه ى د ويخرج من نقطة ا خطا موازيا لخط ط د عليه
ل م د فاقول ان خط ل م مساو لخط م د ويخرج من نقطتي ا م خطين موازيين
لخط ح ط عليهما ه ح م ه ويخرج من نقطة ا خطا موازيا لخط ا د عليه ا ف فمن
اجل ما تقدم من الشكل الثالث من المقالة الثانية ومن الشكل الحادي
والعشرين من المقالة الاولى يكون نسبة مربع ط ه الى مربع ه د كنسبة سطح
ب م في م ه الى مربع م م فنسبة مربع ط ه الى مربع ه د كنسبة سطح ب م في م ه
مع مربع ط ه المساوي لسطح ط د الى مربع م ه م م وقد تبين من الشكل

والعشرين من المقالة الثانية ومن الثامن والثلثين من المقالة الاولى
ان مربع ح ه مساو لسطح ح ط في ط ل ومربع ه م مساو لمربع ط ذ فنسبة مربع
ط ه الى مربع ه د كنسبة مربع ط م الذي هو مثل مربع ا ذ الى سطح ح ط في
ط ل مع مربع ط ذ ونسبة مربع ط ه الى ه د كنسبة مربع ا ذ الى مربع ذ ل

من اجل ذلك تشابه المثلثين فنسبة مربع زف الى مربع زك كنسبة زح
زف الى سطح زط فى طل مع مربع طز ولكن مربع از مسا و لسطح زط فى طل
مع مربع طز لخط لى مستقيم وقد انقسم بنصفين على نقطة ز وبقسمين
على نقطة ط وخطا زه دح متوازيان لخط لم مسا و لخط زد و ذلك ما اردنا
ان نبين لد كل قطع يتعلم نقطة على احد الخطين اللذين لا يقعان عليه
نقطة و يخرج من تلك النقطة خط مماس للقطع و يخرج من موضع التماس
خط موازٍ للخط الذى لا يقع على القطع فان الخط الذى يخرج من النقطة
التى تعلمت و يكون موازيا للخط الاخر الذى لا يقع على القطع ينفصل
بنصفين بالقطع فليكن قطع زايد عليه اب وخطان لا يقع على القطع
عليهما دده و نتعلم على خط ده نقطة حيثما وقعت عليها ه و نخرج

من نقطة ه خط مماس للقطع عليه هب ونخرج من نقطة ب خط موازٍ لخط
دد عليه دح ومن نقطة ه خط موازٍ لخط ده عليه اح فاقول ان خط اح مسا

لخط

لخط اح فليخرج من نقطة ا خطا موازيا لخط د عليه اط و من نقطة ب خطا موازيا
لخط د عليه بح ولان خط دب مسا و لخط به كما تبين فى الشكل الثالث
من المقالة الثانية يكون خط دح مسا و لخط حو وخط دد مسا و لخط دد
ولان سطح حب فى بد مسا و لسطح دا فى اط كما تبين فى الشكل الثانى
عشر من المقالة الثانية وخط بد مسا و لخط دط الذى هو مثل حو
وخط اد مسا و لخط ده فسطح دد فى دا مسا و لسطح حو فى حح فنسبة دد
الى حو كنسبة حح الى اد ولكن خط ضعف خط حو لخط حح ضعف
خط اد لخط دا مسا و لخط اح وذلك ما اردنا ان نبين له اذا كان
قطع زايد عليه اب وخطان لا يقعان عليه عليهما دد وخط بمماس
وخط طا موازٍ لاحد الخطين اللذين لا يقعان على القطع واخرج نقطة
من دد اى نقطة كانت وهى نقطة ه خط عليه داح يقطع القطع فى
موضعين على نقطتى اد فان نسبة دد الى حا كنسبة دا الى ذا برهان
ذلك انا نخرج على نقطة اد خطوطا موازية لخط عليها ددح وات حف
بذط وعلى نقطتى ا خطين موازيين لخط دد عليهما اف ددقم فلان
خط دا مسا و لخط دى كما تبين فى الشكل الثامن من المقالة الثانية يكون
خط حا مسا ويا لخط حى لتشابه المثلثين ولكن خط حا مسا و لخط دز
لخط حى مسا و لخط دز ودح لدت لانه مسا و لخط دب ولان خط حما
لخط دت يكون خط دح مسا ويا لخط دت فنسبة دح الى حو كنسبة دت
دح ولنسبة دت الى حو كنسبة دح الى ها ولنسبة دح الى اه كنسبة
هح الى حا ولنسبة هح الى حا كنسبة سطح مد الى سطح دا ولنسبة حح
الى حد كنسبة سطح طا الى سطح حد وسطح اد مسا و لسطح بد كما تبين
فى الشكل الثانى عشر من المقالة الثانية وسطح بد مثل د من اجل
ان خط دح مسا و لخط بد كما تبين فى الشكل الثالث من المقالة الثانية

د ح مساو لح ب فنسبة د م الى ح د كنسبة سطح ه ط الى سطح ه د واذا
القينا من سطح د م سطح ه ط بقي سطح م ط واذا القينا سطح ه د من سطح ح د
بقي سطح ه د فنسبة م ط الى ه ح الباقي كنسبة سطح ه د الى سطح د ا
ولان سطح ه د مساو لسطح ف ح كما تبين في الشكل الثاني عشر من المقالة
الثانية بطرح سطح د ف مشتركا فكل سطح ه ... مساو لسطح ا ط فنسبة
سطح د ه الى سطح ه ا كنسبة سطح ه ط الى سطح د ا ولكن نسبة سطح د ه الى
سطح د ا كنسبة ه ع الى ع ا التي هي مثل نسبة د ه الى ه ا ونسبة سطح ط
الى سطح د ا كنسبة ه ع الى د ا التي هي مثل ه الى ه ا فنسبة ...
ا كنسبة د الى د ا وذلك ما اردنا ان نبين لو اذا كان قطعا

مشتركا فيبقى سطح ه ف
مساويا لسطح ف ط ونزيد
سطح ا د م
ولكن نسبة سطح د ه الى
سطح د ا

ونسبة سطح ... الى سطح د ا كنسبة ... الى ... التي هي مثل ...

متقابلان عليهما ا ب ومركزهما نقطة ه والخطان اللذان لا يقعان
على القطع د ه ح ونعلم نقطة على خط ح عليهما ح واخرج من نقطة
ط ح ... مماسا واخرج خط ح ط ولم يكن موازيا لخط د ه ولا قاطع للقطع
في موضعين فبين ان خط ح اذا اخرج على استقامته يلقى خط
د ه ومن اجل ذلك القطع كما تبين في الشكل الحادي عشر من المقالة

الثالثة

الثالثة فليلقه على نقطة ا ونخرج من نقطة ب خطا موازيا لخط ح عليه ب
ه د فاقول ان نسبة ا ح الى ح ط كنسبة ا ح الى ح ط ونخرج من نقطتي ا ط
خطين موازيين لخط ح عليهما ا م ا و ونخرج من نقطة ب ط خطوطا موازية
لخط د ه عليها ب ح ف ط ق ر فلان خط ا ه مساو لخط ح ط كما تبين في الشكل
السادس عشر من المقالة الثانية يكون نسبة ا ح الى ح ط كنسبة ط ك
ح ط ولكن نسبة ا ح الى ح ط كنسبة ب ه الى ه ا ونسبة ه ا الى ه كنسبة
ب ه الى ه ا فنسبة د ر الى ه ط كنسبة ه الى ب ح ولكن نسبة د ه الى
ه ط كنسبة سطح ب ه الى سطح ه ط ونسبة ب ه الى ب ح كنسبة د ه الى ...
ب ه الى ه ط كنسبة ... الى سطح ... ونسبة الواحد الى قرينه كنسبة الجميع
الى الجميع فنسبة ب ه الى ح ط كنسبة ... الى ح ط ود ح و ب مساو ل ...
كما تبين في الشكل الثالث من المقالة الثانية فخط ا ر مساو ل ...
وسطح ا ر لسطح ب ح ولكن سطح ا ر مساو لسطح ه ط كما تبين في الشكل
الثاني عشر من المقالة الثانية فسطح ب ح مساو لسطح ه ط فنسبة سطح
ب ه الى سطح ه ط كنسبة سطح د ه الى سطح ب ح ود ح اللذين هما مثل ...
ولكن سطح ق ر مساو لسطح ل ط من اجل ان سطح ب ه مساو لسطح ... وسطح
ب ... لسطح ه ط فنسبة سطح ب ه الى سطح ه ط كنسبة سطح د ا الى سطح د ط
ولكن نسبة سطح ب ه الى سطح ه ط كنسبة د ه الى ه ط التي هي مثل
نسبة ا ح الى ح ط ونسبة سطح د ا الى سطح د ط كنسبة د ا الى د ط
التي هي مثل ا ه الى ه ط فنسبة ا ح الى ح ط كنسبة ا ح الى ح ط وذلك
ما اردنا ان نبين

لز كل خطين مماسان قطعًا صنوبريًا او محيط دائرة او القطعين المتقابلين
ويلتقيان ويخرج خط يصل ما بين نقطتي التماس ويخرج من موضع
التقاء الخطين المماسين خط يقطع القطع في موضعين فان نسبة
كل الخط الى قطعته التي يقع خارجًا من القطع كنسبة قطعي ما يقع
منه داخل القطع اللتين يقسمهما الخط الذي يصل ما بين نقطتي
التماس احديهما الى الاخرى فليكن القطوع اب وخطان مماسان
عليهما اد دب ونصل اب ونخرج دهزح قاطعا للقطع في موضعين فاقول
ان نسبة دح الى حه كنسبة ده الى هز فنخرج قطرين للقطع على نقطتي ا ب

عليهما د ط م ا ه ونخرج على نقطتى د ه خطين موازيين لخط ا د عليهما د ن
ه ق ونخرج منهما ايضا خطين موازيين لخط ا ب عليهما د ل م ه ص ع فلان
خط د م موازٍ لخط ه ع يكون نسبة د ه الى ه ه كنسبة ل د الى م ه و
كنسبة د م الى ع و كنسبة ل م الى ص ع فنسبة مربع ل م الى مربع ص ع
كنسبة مربع د م الى مربع ه ع ولكن نسبة مربع ل م الى مربع ص ع كنسبة
مثلث ل د م الى مثلث ص ه ع ونسبة مربع د م الى مربع ه ع كنسبة مثلث

د ق م الى مثلث ه ف ع لتشابه المثلثين فنسبة مثلث ل د م الى مثلث ص ه ع
كنسبة مثلث د ق م الى مثلث ه ف ع ويبقى نسبة سطح ل د ق د ذو الاربعة
الاضلاع الى سطح ص ه ف ه ذى الاربعة الاضلاع كنسبة مربع ل م الى مربع
ص ع ولكن سطح ل د ق د ذو الاربعة الاضلاع مساوٍ لمثلث ا د ح كما
تبين في الشكل الثاني من هذه المقالة وسطح ص ه ف ه مساوٍ لمثلث ا د ح
كما تبين في الشكل الحادي عشر من هذه المقاله و في الشكل الثاني
منها فنسبة مربع ل م الى مربع ص ع كنسبة مثلث ا ل ح الى مثلث ا د ح
ولكن نسبة مربع ل م الى مربع ص ع كنسبة مربع ل ه الى مربع ه ه وكنسبة
مثلث ا ل ح الى مثلث ا د ح كنسبة مربع ل ا الى مربع ا ه لتشابه المثلثين
ولنسبة مربع د ه الى مربع ه ه فنسبة مربع د ه الى مربع ه د كنسبة
مربع د ه الى مربع ه ه ومن اجل ذلك تكون نسبة د ه الى ح كنسبة د ه
الى ه ه وذلك ما اردنا ان نبين يح وهذه الصورة على خلافها فان
نحن اخرجنا خطا من موضع التقاء الخطين المماسين للقطوع موازٍ للخط
الذي يصل ما بين نقطتي التماس واخرجنا خطا من وسط الخط الذي يصل
ما بين نقطتي التماس يقطع القطع في موضعين ويلقى الخط الذي يصل
ما بين نقطتي التماس المخرج الى موضع التقاء الخطين المماسين كانت
نسبة الخط كله الى قطعه التي وقعت خارجا من القطع فيما بين القطع
والخط الذي يصل بين نقطتي التماس كنسبة قسميه اللذين وقعا داخلا
للقطع ويفصلهما الخط الموازي للخط الذي يصل نقطتي التماس احدهما
الى الاخرى فليكن قطوع عليها ا ب وخطان مماسان عليهما ا د د ب
ويصل نقطتي التماس بخط ا ب ونخرج قطرين عليهما ا د ه م فخط ا ب قد
انقطع بنصفين على نقطة ه كما تبين من الشكل الرابع والثلثين والسابع
والثلثين من المقاله الاولى في القطع الناقص واما في القطع المكافي

الموازي للخط

فان ذلك تبين من الشكل الثالث والثلثين من المقالة الاولى واما
في القطوع الباقيه فى الشكل الثلثين والتاسع والثلثين من المقالة
الثانيه ونخرج من نقطة ه خطا موازيا لخط ا ب عليه ه ح ونخرج على نقطة
خطا عليه ه د ح يقطع القطع فى موضعين ويلقى ح ح فاقول ان نسبة ح ح الى
ح د كنسبة د ه الى ح ه برهان ذلك انا نخرج من نقطتى د ه خطين موازيين
لخط ا ب عليهما ا د ه م د ط م ه ونخرج من نقطتى د ح خطين موازيين لخط ا م
عليهما د ق ح ف فيكون نسبة د ا الى ا م كنسبة م ه الى ه ط ونسبة م ه
الى ه ط كنسبة د م الى ط ح فنسبة ا د الى ا م كنسبة د م الى ط ح وخط
د ط مساو لخط ط ح لانه خرج على ترتيب فنسبة ا د الى ا م كنسبة د م الى
ط ح ونسبة مثلث م د ه الى مثلث ف ط ح كنسبة مربع د م الى مربع ط ح
فيكون نسبة مربع ا د الى مربع ا م كنسبة مثلث د م ق الى مثلث ف
ط ح من اجل تشابه المثلثين ونسبة مربع ا د الى مربع ا م كنسبة مثلث
ا د ه الى مثلث ا د م فنسبة مثلث د م ق الى مثلث ف ط ح كنسبة
مثلث ا ه د الى مثلث ا د م ولكن مثلث ا د ه فى كل الصور المخالفة
الصورة التى للقطوع المتقابله مساو لسطح ا د ق ه كما تبين فى الشكل الثانى
من هذه المقاله ومثلث ا د م مثل سطح م ه ف ح كما تبين فى الشكل الثانى
من هذه المقالة فيكون نسبة مثلث د م ق الى مثلث ف ط ح كنسبة سطح
ا د ق ه ذى الاربعة الاضلاع الى سطح م ه ف ح ذى الاربعة الاضلاع
فاذا جمعنا كانت نسبة مثلث ا م ه الى مثلث م ه ط كنسبة سطح ا د
ق ه ذى الاربعة الاضلاع الى سطح م ه ف ح فاما نسبة مثلث ا م
ه الى مثلث م ه ط فهى كنسبة مربع ا م الى مربع م ط واما نسبة سطح
ا د ق ه الى سطح م ه ح ف فهى كنسبة مثلث ا د ه الى مثلث ا د م التى هى
كنسبة مربع ا د الى مربع ا م فنسبة مربع ا م الى مربع م ط كنسبة مربع ا د

الى مربع ا م ولكن نسبة مربع ا م الى مربع م ط كنسبة مربع ا ه الى مربع
ه م وكنسبة مربع خط ه ح الى مربع خط ح د ولكن نسبة مربع خط ا د الى

مربع خط ا م كنسبة مربع خط د ه الى مربع خط ه د فنسبة مربع خط ح ح

الى مربع خط ه ح كنسبة مربع خط د ه الى مربع خط ه د ولنسبة د ح الى ح د
كنسبة د ه الى ه د فاذا في القطعين المتقابلين فانا نبين كما بيناه في

القطوع

القطوع الاخر ان نسبة مثلث ه ز الى مثلث ف ط ح كنسبة مثلث
ا ح ل الى مثلث ا د م ولكن مثلث ا د م تفاضل مثلث ط ف ح بمثلث
ح ط م كما تبين في الشكل الخامس من هذه المقاله واما مثلث ا ح ل
فانه تفاضل مثلث ه د ق بمثلث ه ل ه كما تبين ايضا في الشكل الخا

من هذه المقاله فنسبة مثلث ه ل ه الى مثلث كنسبة مثلث
ا ل ه الى مثلث ا د م فاما نسبة مثلث ح ط م الى مثلث ل ه م فهي كنسبة

مربع خط د م الى مربع خط ه م واما نسبة مثلث ا د م الى مثلث ا د ه فهو
كنسبة مربع خط د م الى مربع خط م ط فنسبة مربع خط د م الى مربع خط م ط
كنسبة مربع خط ا ا الى مربع خط ا م ولكن نسبة مربع د م الى مربع م ه كنسبة
مربع د ه الى مربع ه و وكنسبة مربع ب ح الى مربع ح ه فنسبة مربع خط ا ا
الى مربع خط ا م كنسبة مربع خط د ه الى مربع خط ه ه ونسبة ب ح الى كنسبة ح ه
د ه الى ه م وذلك ما اردنا ان نبين كط كل خطين يماسان القطعين
المتقابلين ويلتقيان ويخرج خط يصل ما بين نقطتي التماس ويخرج
خط من موضع التقاء الخطين المماسين يقطع كل واحد من القطعين
المتقابلين والخط الذي يصل ما بين نقطتي التماس فان نسبة الخط
كله الى قطعته التي تقع فيما بين القطع والخط الذي يصل ما بين نقطتي
التماس اذا اخرج على استقامة كنسبة قطعتي الخط الذي فيما بين
القطعين عن جنبتي موضع التقاء الخطين المماسين احدهما الى الآخر
فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب ومركزهما نقطة ح وخطان مماسان
عليهما ا د د ب ونصل ا ب د ه ونخرجهما على استقامة ونخرج
على نقطة د خطا عليه ه د ح فاقول ان نسبة ه ح الى ح كنسبة ه د
الى د ه ونصل ا ه ونخرجه على استقامة ونخرج على نقطتي خطين
موازيين لخط ا ب عليهما ه ط ه ل م ح وخطين آخرين موازيين لخط ا ه
وهما ه ز ر ق فلان خطي د ه ه ر متوازيان وفيما بينهما خطوط ه ه م ط م
يكون نسبة ه ط الى ه كنسبة د م الى ه و وعلى تبديل ذلك نسبة
ه ط الى د م كنسبة ط ز الى ه م فنسبة مربع ط ه الى مربع ه د كنسبة مربع
ط ز الى مربع ه م ولكن نسبة مربع ه ط الى مربع ه د كنسبة مثلث ط ه ز
الى مثلث د ق م من اجل تشابه المثلثين ونسبة مربع ط ز الى مربع ه م
كنسبة مثلث ه ط ز الى مثلث ه م ه فنسبة مثلث ه ط ز الى مثلث ه ق

من اجل تشابه المثلثين ونسبة مربع ط ز الى مربع ه م كنسبة مثلث ه ط د
الى مثلث ه م ه فنسبة مثلث ط ز الى مثلث د ق م كنسبة مثلث
ه ط د الى مثلث ه م ه ولكن مثلث ط ز تفاضل مثلث ط ه ز بمثلث

كما تبين من الشكل الخامس من هذه المقالة ولذلك ايضا نبين ان
مثلث ح ا د تفاضل مثلث د م ه بمثلث ا د ه فنسبة مثلث ا د ه الى
مثلث ا د ه كنسبة مثلث د ط ا الى مثلث ه م د ولكن نسبة مثلث
ا د ه الى مثلث ا د ه الباقي كنسبة مربع ه ا الى مربع ا د التي هي كنسبة
مربع ه ح الى مربع د ح ونسبة مثلث د ط ا الى مثلث ه د م كنسبة مربع
ط ا الى مربع د م التي هي كنسبة مربع ه د الى مربع د د فنسبة ه ح الى ح د
كنسبة ه ه الى د د وذلك ما اردنا ان نبين ه ر واذا اثبتنا الصور
على حالها ان نحن اخرجنا خطا على موضع التقاء الخطين المماسين يكون
موازيا للخط الذي يصل ما بين نقطتي التماس واخرجنا خطا من موضع
وسط الخط الذي يصل نقطتي التماس يقطع كل واحد من القطعين
المتقابلين والخط الذي يصل ما بين نقطتي التماس فان نسبة كل خط
الى قطعته التي تكون فيما بين القطع والخط الموازي كنسبة قطعته اللتين
يفصلهما المقطوع والخط الذي يصل نقطتي التماس فليكن قطعان
متقابلان عليهما ا ب ومركزهما نقطة ه وخطان مماسان عليهما ا د د
ونصل ا د ب د فاه مساو لخط ه ب وقد اخرج من نقطة د خط مواز لخط ا ب
عليه د ح ومن نقطة ه خط كيف ما وقع عليه ط ه ح ل فاقول ان نسبة
ط ل الى ل ح كنسبة ط ه الى ه ح برهانه انا نخرج من نقطتي ط ح خطين

موازيين

موازيين لخط ا ب عليهما ط م د وخطين موازيين لخط ا د عليهما ا ذ د و نخرج
ا ح م ر د فلانه يجوز على خطي ط م ه ف المتوازيين خطي ه د ا ت يكون نسبة
ه ا الى ا ت كنسبة م ا الى ا ف ولكن نسبة ه ا الى ا ت كنسبة ط ه
الى ه ح ونسبة ط ه الى ه ح كنسبة ط د الى ح ع من اجل تشابه مثلثي ط د
ه ع فنسبة ط د الى ح ع كنسبة م ا الى ا ف فنسبة مربع ط د الى مربع
ح ع كنسبة مربع م ا الى مربع ا ف ولكن نسبة مربع ط د الى مربع ح ع كنسبة
مثلث ط د ذ الى مثلث ح ع ي لتشابه المثلثين ونسبة مربع م ا الى مربع
ا ف كنسبة مثلث ه م ا الى مثلث ا ت ف فنسبة مثلث ط د ق الى المثلث
ح ع د كنسبة مثلث ه م ا الى مثلث ا ت ف ولكن مثلث ط د ق مساو لمثلثي
ه د م ا م د ه كما تبين في الشكل الحادي عشر من هذه المقاله ومثلث د ع
ح مساو لمثلثي ا ت ذ ه ع كما تبين في الشكل الحادي عشر من هذه المقالة
فنسبة مثلث ه م ا مع مثلث م د ه الى مثلث ا ط ف مع مثلث ع ي ذ كنسبة
مثلث م د ه الى مثلث ف ع د ويبقى نسبة مثلث ه م ا الى المثلث ا ت
ف الباقي كنسبة م د ه الى المثلث د ف ع ولكن نسبة مثلث ه م ا الى
مثلث ا د ف كنسبة مربع ه ا الى مربع ا ت ونسبة مثلث م د د الى المثلث
ف د ع كنسبة مربع م د الى مربع ف ع التي هي كنسبة مربع ه د الى مربع ه ع
فنسبة مربع م د الى مربع ف ع كنسبة مربع ه ا الى مربع ا ت ونسبة مربع
ه ا الى مربع ا ت كنسبة مربع ط ه الى مربع ه ح ونسبة مربع د ه الى مربع
ه ع كنسبة مربع ط ل الى مربع ل ح فنسبة مربع ط ه الى مربع ه ح كنسبة
مربع ط ل الى مربع ل ح فنسبة ط ه الى ه ح كنسبة ط ل الى ل ح وذلك
ما اردنا ان نبين

مسا الخطوط المماسة للقطع المكافي اذا قطع بعضها بعضا فان قطعها
متناسبة فليكن قطع مكافي عليه ا ب ج وخطوط تماسه عليها ا د ه
ه ب ز د ب ز فاقول ان نسبة ه ب الى ب ه كنسبة ه د الى د ا وكنسبة ب
الى ب د فيصل ا ج ويقطعه بنصفين على نقطة ح فيبين ان خط ب ح قطر
للقطع فان كان يمر على نقطة ب فان د ز مواز لخط ا ج لانه يكون موازيا
لخطوط الترتيب وينقطع بنصفين على نقطة ب بخط ب ح ويكون من اجل
ذلك خط ا د مساو لخط د ج وخط ه ب لخط ب ه كما تبين من الشكل الخامس

والثلاثين

والثلاثين من المقالة الاولى وتبين ما طلبنا وان لم يمر على نقطة
ب ولكن على نقطة ط فليخرج على نقطة ط خطا موازيا لخط ا ج عليه ط ك ل
فيبين انه يماس القطع على نقطة ط ومن اجل ما قد تقدم ذكره يكون خط
ا م مساويا لخط م ه وخط ل م مساويا لخط ل ه ويخرج على نقطة ب خطا
موازيا لخط ح عليه ب د س وعلى نقطتي ا ج خطين موازيين لخط ب د
عليهما ا ع ج ف فلان خط م ب مواز لخط ه ط يكون خط م ب قطرا كما تبين
في الشكل السادس والاربعين من المقالة الاولى وخط د ب يماس
القطع على نقطة ب فخطا ا ع ج ف قد خرجا على الترتيب ولان ب قطر و م
يماس ع ف على الترتيب يكون خط ع ب مساويا لخط ب ف كما تبين في الشكل
الخامس والثلاثين من المقالة الاولى ثم د مثل د ه ولان خط ب د مساو
لخط ب د وخط ه ل مساو لخط ل ه يكون نسبة ع ب الى ج د كنسبة ه ا الى
ه ل واذا بدلنا النسبة كانت نسبة ع ب الى ج ه كنسبة د د الى ج ل ولكن
نسبة ع ب الى ج ه كنسبة ع ب الى ج ع فنسبة د د الى ج ل كنسبة ع ب الى ج ع
ونسبة ج ع الى ج ا كنسبة ل ه الى ج ه لان كل واحد منهما ضعف
صاحبه فنسبة ا ع الى ع ه كنسبة د ه الى ج د واذا قلبنا النسبة كانت
نسبة ه د الى ج د كنسبة ه ا الى ا ع واذا فصلنا كانت نسبة ه د الى ه
كنسبة ع ه الى ع ا وايضا لان خط ب قطر و ا د يماس ع ا على الترتيب
يكون د ب مساويا لب ج و د ه لد ا ولكن ع ه مساويا له ا فنسبة
ا د الى ا ع كنسبة د ا الى ا ه واذا بدلنا كانت نسبة ه ا الى ا د كنسبة
د ا الى ا ع فنسبة ه ا الى ا ه كنسبة ع ا الى ا ع فنسبة د ا الى ج كنسبة
ه ا الى ا ع لان كل واحد منهما ضعف الآخر فبالمساوات يكون نسبة
د ا الى ا ع كنسبة ه ا الى ا د واذا فصلنا كانت نسبة ه ع الى ع ا كنسبة ه د
الى د ا وقد تبين ان نسبة ه ع الى ا ع كنسبة د ه الى ه فنسبة ه د الى ه

كنسبة ه د الى د ا وايضا لان نسبة د م الى م ا كنسبة د ف الى ع ع د ف
مثلا ه د لان د م ايضا مثلا م د وا ع [illegible] د من اجل ان ا د مثلا ا د فنسبة
د م الى م ا كنسبة ه ب الى ب د وكنسبة د د الى د ه وذلك ما اردنا ان نبين وكنسبة ه د الى د ا

مب كل خطين يخرجان في القطع الزايد او الناقص او المتقابلين من
طرفي القطر على الترتيب ويخرج خط يماس للقطع من اي موضع كان
منه يقع على الخطين ويقطعهما فانه يقطع منهما خطين يكون ضرب احدهما
في الاخر مساويا لربع الشكل المضاف الى ذلك القطر الذي عرضه الضلع
القائم فليكن اي قطع كان قطره ا ب ويخرج من نقطتي ا ب خطين على الترتيب
عليهما ا د ب د ويخرج خطا اخر على نقطة ما وهي نقطة ه يماس القطع عليه
ح ه د فاقول ان سطح ا ح في ب د مساو لربع الشكل المضاف الى ا ب
الذي عرضه الضلع القائم لقطر ا ب وليكن المركز نقطة ر ويخرج منه خطا

موازيا لخطي ا د ب د عليه ي ط فلان خطي ا د ب د متوازيان وخط م ح ايضا

موازيا لهما يكون ي ح قطر مزاوج لقطر ا ب وكذلك يكون مربع ي ح مساويا

لربع السطح المضاف الى ب الذى عرضه الضلع القائم كما تبين فى الشكل
الخامس عشر وبعد السادس عشر من المقالة الاولى فان كان خط ب ح
على القطع الناقص او الدائرة وكان مروه على نقطة التماس وهى نقطة ا فا
ح ى ب د متساويين ونتبين ان سطح ا ى فى ب د مساو لمربع ب ى الذى
هو مثل ربع السطح المضاف الى ب الذى عرضه الضلع القائم وان لم
يمر خط ب ح على نقطة ا فليلق ب د اذا اخرجا على نقطة ه ويخرج على نقطة ا
خطا موازيا لخط ا ب عليه ه ل واخر موازيا لخط ا ب عليه ه م فلان سطح
ه ى فى ل ى مساو لمربع ا ى كما تبين فى الشكل السابع والثلاثين من
المقالة الاولى يكون نسبة ه ى الى ى ا كنسبة ا ى الى ى ل ويكون نسبة
ه ا الى ا ى كنسبة ه ى الى ى ا وعلى عكس ذلك نسبة ى د الى ى ه كنسبة
ل ا الى ا ه واذا ركبنا فى القطع الناقص او فصلنا فى القطع الزائد و
فى المتقابلين كانت نسبة ب ه الى ه ى كنسبة ا ه الى ا ح ونسبة ب ه
الى ى د كنسبة د ل الى ا ح فسطح ب ه فى ى ا مساو لسطح ى د فى ى ل الذى هو
مثل سطح ه ى فى ى م وسطح ى ل فى ى م مساو لمربع ى ب كما تبين فى الشكل الثانى
والثلاثين من المقالة الاولى الذى هو مثل ربع الشكل المضاف الى
ا ب الذى عرضه الضلع القائم لقطر ا ب فسطح ب د فى ى ا مساو لربع السطح
المضاف الى ب الذى عرضه الضلع القائم لقطر ا ب وذلك ما اردنا ان
نبين ح كل خط يماس القطع الزائد فانه اذا اخرج على استقامة
قطع من الخطين اللذين لا يقعان على القطع قطعتين مما يلى مركز القطع
يكون من ضرب احديهما فى الاخرى مساو للسطح الذى يكون من ضرب
قطعتى الخطين اللذين لا يقعان على القطع اللتين فصلهما الخط المماس
للقطع الذى خرج على راس السهم احديهما فى الاخرى فليكن قطع زائد
عليه ا ب وخطان لا يقعان عليه عليهما ه د وسهم القطع عليه ب د

وخط

ويخرج على نقطة ب خطا مماسا للقطع عليه ب ى ويخرج خطا اخر كيف
ما وقع يماس القطع وهو خط ه ل فاقول ان سطح د ه فى ى ب مساو لسطح
ى ه ل ويخرج من نقطتى ا ب خطين موازيين لخط ى ب عليهما ا م ب د وخطين
موازيين لخط ه د عليهما ا ح فلان خط ا ب يماس القطع يكون خط ى ا
مساويا لخط ا ل كما تبين فى الشكل الثالث من المقالة الثانية فخط ه ل
مثلا خط ا ل وخط ه د ضعف ا م و ه ل ضعف ا ح فسطح ه د فى ه ل اربعة

امثال سطح ح ا فى ا م وعلى مثل ذلك نتبين ان سطح د ب فى ب ى اربعة
امثال سطح ا ب فى ب د ولكن سطح ح ا فى ا م مساو لسطح ا ب فى ب د كما تبين
فى الشكل الثالث عشر من المقالة الثانية فسطح ه د فى ه ل مساو لسطح ب ه
فى ب ى وتبين ايضا على مثل ذلك وان لم يكن ب د سهما ولكن قطرا اخر
وذلك ما اردنا ان نبين ط كل خطين يخرجان فى القطع الزائد

القطعين المتقابلين مماسين للقطع ويلتقيان ويقطعان الخطين
اللذين لا يقعان على القطع فان الخطوط التي تفصل ما بين تقاطعهما
هي موازية للخط الذي تفصل ما بين نقطتي التماس فليكن قطع زايدا و
قطعتان متقابلتان عليها ا ب وخطان لا يقعان على القطع عليهما د ه
د ه وخطان مماسان عليهما ح ا ط د ه ب ط ح وتفصل ا ب فيما بين نقطتي التماس
وتفصل ح د ه فيما بين التقاء الخطين اللذين لا يقعان على القطع والخطين

المماسين فاقول ان خطوط د ه ا ب ح موازية فلان سطح د ه في د ح مثل
سطح د ه في د ه اما في القطع الزايد فكما تبين في الشكل الذي قبل
هذا واما في القطعين المتقابلين فكما تبين من الشكل الذي قبل هذا
مع الشكل الرابع من هذه المقاله يكون نسبة د ه الى د ه كنسبة ح ه الى ح د

خط

خط د ه موازٍ لخط د ح ومن اجل ذلك يكون نسبة ط د الى د ح كنسبة ط ح الى
ح ه ونسبة د ه الى ح ب كنسبة ب د الى د ا لان كل واحد منهما ضعف
الاخر فنسبة ط ح الى ح ب كنسبة ط د الى د ا فخط ب ح موازٍ لخط ا ب وذلك ما اردنا ان نبين — خط ا ب موازٍ لخط د ه م
اذا كان سهم القطع الزايد او الناقص او الدايره
او القطعين المتقابلين ا ب واخرج من طرفيه خطان على زوايا قائمة
عليهما ا ب د واخرج خط مماس للقطع عليه د ه د واضيف الى السهم
سطحان يكون كل واحد منهما مساويا لربع السطح المضاف اليه الذي
عرضه الضلع القائم له ويكونان عن جنبتي المركز في القطعين المتقابلين
وفي القطع الزائد زايدين على السهم سطحان مربعان وينقصان في
في الناقص سطحان مربعان وهما سطحا ا ب في ر ب وا ح في ح ب وتفصل د ح د ح
د د ح فاقول ان كل واحدة من زاويتي ح د د ح د قائمة برهان ذلك
ان سطح ا د في ب د مساوٍ لربع السطح المضاف الى ا ب الذي عرضه الضلع
القائم له كما تبين في الشكل الثاني والاربعين من هذه المقاله و
سطح ا د في ب مساوٍ لربع السطح المضاف الى ا ب الذي عرضه الضلع
القائم له فسطح ا د في د ب مساوٍ لسطح ا د في ب ولنسبة ا الى ا كنسبة
ر ب الى ح د والزاويتان اللتان عند نقطتي ا ب قائمتان فيكون زاوية
ا د ر مساوية لزاوية ب ر د وزاوية ا د ر مساوية لزاوية ر د ب ولان زاوية
ح ا د قائمة يكون زاويتا ا ح د ا د ح مساويتين لقائمة وقد تبين ان زاوية
ا ح د مساوية لزاوية د ر ب فزاويتا ح د ا د ر ب مساويتان لزاوية قائمة
ويكون زاوية ح د ه قائمة وعلى مثل ذلك يتبين ان زاوية ح ه ايضا
قائمة وذلك ما اردنا ان نبين

هو ونثبت الصورة على حالها فاقول ان زاوية ا ه د مساوية لزاوية
د ه ح وزاوية ح ه د مساوية لزاوية ب ه ج برهان ذلك انه قد استبان
ان كل واحد من زاويتي د ه ح قائمة فيكون الدائرة المخطوطة على قطر ه ب

يجوز على نقطتي ب ح ويكون زاوية د ح مساوية لزاوية د ه ح لانهما في قطعة

واحدة من الدائرة وقد تبين ان زاوية د ب مساوية لزاوية ا ه د زاوية

يجوز

د ه ج مساوية لزاوية اهد وزاوية ج ه د مساوية لزاوية ب ه ج وذلك ما اردنا
ان نبين مو فلنثبت لاشيا على حالها فاقول ان خطي ج د ه اذا اخرجا
والتقيا على نقطة ط وخطي ح ل ب اذا اخرجا على استقامة فالتقيا على نقطة ح
ووصل ط ل فان خط ه ط عمود على خط ه د المماس للقطع فان لم يكن كذلك فليكن
العمود ط ل فلان زاوية ه د ر مساوية لزاوية ح ه د كما تبين في الشكل الذي
قبل هذا وزاويتي ب ه ق قائمة مساوية لزاوية ط ل ط القائمة فمثلثا ح ب متشابها
ل ط ه فنسبة ه ل الى ح ط كنسبة ب ه الى ه ل ولنسبة ه ه الى ح ط كنسبة
ه د الى ح ط من اجل ذلك ان الزاويتين اللتين عند نقطتي ه ح قائمتين
كما بين في الشكل الخامس والاربعين من هذه المقالة والزاوية التي عند
نقطة ط مشتركة في القطعين المتقابلين واما في الناقص فان الزاويتين
اللتين عند نقطة ط متساويتين فنسبة ه ه الى ح ط كنسبة ه د الى ح ط
ولنسبة ه د الى ح ط كنسبة ا د الى ح ل من اجل تشابه مثلثي ا ه د ل ح ط فنسبة
ب ه الى ه ل التي هي كنسبة ه ه الى ح ط كنسبة ا د الى ح ل واذا بدلنا كانت
نسبة ه ب الى ه ا كنسبة ه ل الى ل ح ولكن نسبة ه ب الى ه ا كنسبة
ب ه الى ه ا لان خطي ا ب متوازيان ونسبة ه ل الى ح ل كنسبة ب ه الى
ه ا ويخرج من نقطة ه خطا موازيا لخط ا ه عليه م ه فيكون على الترتيب
على خط ا ب ويكون نسبة ب ه الى ه ا كنسبة ب م الى م ا كما بين في الشكل
السادس والثلثين من المقالة الاولى ولنسبة ب م الى م ا كنسبة
د ه الى ه ه لان خطوط م ه ب د ا ه متوازية وقد كانت ايضا نسبة ه ل
الى ح ا كنسبة ه ل الى ل ه وذلك ما لا يمكن فليس خط ط ل عمود ولا
خط اخر سوى خط ط ه وذلك ما اردنا ان نبين .

مح ويثبت القوس على حالها ونصل خطي د ه ج فاقول ان زاوية
د ه د مساوية لزاوية ده ب برهان ذلك ان زاويتي ج ط د ه ط قائمتان

كما تبين في الشكل الذي قبل هذا فالدائرة التي تحيط على قطر د ا تجوز
على نقطتي ه ح فتكون زاوية د ط ح مساوية لزاوية د ه ح لانهما في قطعة واحدة
ولذلك ايضا اذا صير خط د ا قطرا تبين ان الدائرة تمر بنقطتي ه د من اجل ان
زاويتي ط ه د ط ا د قائمتان فتكون زاوية ه د ا مساوية لزاوية ه ط ا ولكن
زاوية ح ط ا مساوية لزاوية د ط ح ولكن زاوية ه ط ا مساوية لزاوية ه ط ح في
القطع الناقص تماما في المتقابلين فهي واحدة فزاوية ه د ا مساوية لزاوية
د ه ح وذلك ما اردنا ان نبين

مط واذا اثبتنا صورة الشكل الخامس والاربعين من هذه المقالة على
حالها واخرج من نقطة ح الى خط د ه عمود عليه ح ط ووصل ا ط ه ط فان
زاوية ا ط ح قائمة برهان ذلك ان زاوية ه ب ح قائمة وزاوية ه ط ح ايضا قائمة
فالدائرة التي تحيط على ه ح تجوز على نقطتي ط ب ويكون زاوية ح ط ب مساوية
لزاوية ح ه ب وقد تبين في الشكل الخامس والاربعين من هذه المقالة ان
زاوية ا ح ه مساوية لزاوية ح ه ب فزاوية ح ط ب مساوية لزاوية ا ح ه وزاوية
ا ح ه مساوية لزاوية ا ط ه لان الدائرة التي يكون قطرها ا ح تمر بنقطتي ط ه فتكون
زاوية ح ط ب مساوية لزاوية ا ط ه ولذلك يكون زاوية ه ط ح مساوية لزاوية
ا ط ب ولكن زاوية ه ط ح قائمة فزاوية ا ط ب قائمة وذلك ما اردنا ان نبين

ن واذا اثبتنا صورة الشكل الخامس والاربعين على حالها وكان المركز
نقطة ط ووصل ود والتقى خطا د ب ا على نقطة ه واخرج من نقطة ط خطا
موازيا لخط د ه عليه ط ا فان خط ط ا مساو لخط ط ب فنصل ا د ا ح ا ب ونخرج
على نقطة ح خطا موازيا لخط د ه عليه ح ع فلان سطح ا د في د ب مساو لسطح
ا ح في ح ب كما قد تبين في الشكل الخامس والاربعين من هذه المقالة
يكون خط ا د مساويا لخط ح ب وخط ا ط مساو لخط ط ب فخط ط د مساو لخط
ط ح وخطوط د ه ط ا ح ع متوازية فخط ه ا مساو لخط ا ع ولان زاوية ح د ه
مساوية لزاوية د ه ح كما تبين في الشكل الثاني والاربعين من هذه
المقالة وزاوية ه د ح مساوية لزاوية ه ح ع يكون خط ه ع مساويا لخط

وقد تبين ان خط ه ل مساو لخط ل م فخط ه ل عمود على خط ه م ومن اجل ما قد
تقدم بيانه في الشكل الذي قبل هذا يكون زاوية ا ل ب قائمة والدائرة
التي تعمل على قطر ا ب تجوز على نقطة ل ويكون خط ه ل مساويا لخط ه ب وذلك
ما اردنا ان نبين نا اذا اضيف سطحان متساويان لربع السطح الذي
يضاف الى السهم فيكون عرضه الضلع القائم له الى سهم القطع الزائد او
القطعين المتقابلين عن جنبتيه وكان كل واحد منهما زائدا مربعا وخرج
من النقطتين اللتين ينتهي اليهما اطراف الخطوط خطان الى اي موضع
كان من هذه القطوع فان الخط الاطول منهما يزيد على الاقصر بمقدار د
طول السهم فليكن قطع زائد او قطعان متقابلان وسهمهما ا ب والمركز ه
وليكن كل واحد من ا د في ب د وا ه في ه ب مساويا لربع السطح المضاف
الى سهم ا ب الذي عرضه الضلع القائم له ونخرج من نقطتي د ه خطين الى
القطع عليهما د ر ر ه فاقول ان زيادة ر ه على ر د بمقدار ا ب فنخرج خطا
مماسا على نقطة ر عليه ر ح ط وعلى نقطة د خطا موازيا لخط ر ح ط وزاوية
ه ط ح مساوية لزاوية ه ر د وزاوية ه ر د مساوية لزاوية د ط ر كما تبين
في الشكل الثامن والاربعين من هذه المقالة فزاوية ح ر ط مساوية

لزاوية ط د فخط ح د مساو لخط ط ح وخط ب ح مساو لخط ح ه من اجل ان خط
د ح مساو لخط ح ه وخط ب ح موازٍ لخط د ه فخط ط ا مساو لخط ا ح وكذلك
يكون د ه مثلي ط ا ولانه قد تبين ان خط ط ا مساو لخط ا ب يكون خط د ه
ضعف خطي ح ب ولكن خط د ه ضعف ب ح و ا ب ضعف ح ب فخط د ه مساو
لكلا خطي ب ا ه ولذلك يكون خط ه ا اطول من خط د ه بخط ا ب وذلك ما اردنا
ان نبين نب اذا كان قطع ناقص الطول سهم فيه ا ب وكان كل واحد من
ا ه ح ب د ا في ب مساو بالربع السطح الذي يضاف الى ا ب ويكون
عرضه الضلع القائم له واخرج خطان الى القطع عليهما د ه ه فان د ه
مجموعين مساويان لخط ا ب برهان ذلك انا نخرج خطا مماسا للقطع
عليه ه ط والمركز نقطة ح ونخرج على نقطة ح خطا موازيا لخط د ه عليه ح
ط ه فلان زاوية د ه ه مساوية لزاوية ط ه ه كما تبين في الشكل الثامن
والاربعين من هذه المقالة وزاوية د ه ه مساوية لزاوية ط ه ح فزاوية
ط ه ح مساوية لزاوية ه ط ح فخط ط ح مساو لخط ح ه ولان ا ح مساو ح ب
و ا ه مساو لب ح فخ ح مساو ح ه ولذلك ه ح مساو لح ه ومن

اجل ذلك ه ه ضعف ط ح و ه د ضعف ح ح وخطا ه ه د ضعف د ط و
ا ب ضعف ح ا كما تبين في الحسين من هذه المقالة فخط ا ب مساو لخطي

ه ٩

ه ه ه ه وذلك ما اردنا ان نبين نج الخطوط التي تخرج من اطراف قطر
القطع الزايد او القطعين المتقابلين او القطع الناقص او محيط الدائرة موازية
لخطوط الترتيب ه تخرج من اطراف ثلاث الاقطار خطوط الى القطع الى موضع
واحد منه حيث كان وانفذت فقطعت الخطوط الموازية فان السطح الذي
يكون من ضرب الخطوط الموازية بعضها في بعض مساو للسطح المضاف الى
ذلك القطر الذي عرضه الضلع القائم فليكن القطوع التي ذكرنا ا ب وقطرها
ا ب وخطوط موازية لخطوط الترتيب عليها ا د ه ونتعلم على القطع نقطة
ب ونخرج منها خطي ا ب ه ب الى طرفي قطر ا ب وينفذ فيهما فاقول ان سطح ا د في
ه ه مساو للسطح المضاف الى خط ا ب الذي عرضه الضلع القائم له برهان
ذلك انا نخرج من نقطة ب خطا على الترتيب عليه ب د فيكون نسبة سطح ا د
في د ب الى مربع د ب كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم كما تبين في الشكل
الحادي والعشرين من المقالة الاولى وكنسبة مربع ا د الى السطح الذي يضاف
الى ا ب ويكون عرضه الضلع القائم ولكن نسبة سطح ا د في د ب الى مربع ب د مركبة من
نسبة ا د الى د ب ومن نسبة د ب الى د ب فنسبة مربع ا د الى السطح الذي
يضاف الى ا ب ويكون عرضه الضلع القائم له مركبة من نسبة ا د الى د ب ومن
نسبة د ب الى ب د ولكن نسبة ا د الى د ب كنسبة ا ب الى ب ه ونسبة د ب الى د ب
كنسبة ا ب الى ا ه فنسبة مربع ا ب الى السطح الذي يضاف الى ا ب ويكون
عرضه الضلع القائم له مركبة من نسبة ا ب الى ب ه ومن نسبة ا ب الى ا ه والنسبة
المركبة من نسبة ا ب الى ب ه ومن نسبة ا ب الى ا ه هي كنسبة مربع ا ب الى سطح
ا ه في ب ه فنسبة مربع ا ب الى السطح المضاف الى ا ب الذي عرضه الضلع القائم
له كنسبة مربع ا ب الى سطح ا ه في ب ه فسطح ا ه في ب ه مساو للسطح الذي يضاف
الى ا ب ويكون عرضه الضلع القائم له وذلك ما
اردنا ان نبين

نط اذا كان قطع صنوبري او محيط دائرة عليه اب وخطان مماسان
عليهما اد د ب ووصل اب وقسم بنصفين على نقطة ه ووصل ده وخرج من
نقطة ا خط موازٍ لخط د ب عليه ا ح ومن نقطة ب خط موازٍ لخط ا د عليه ب ح ويعلم
نقطة ما على القطع عليها ط ووصل ط ه ط واخرجا الى نقطتي ح ز فان نسبة
سطح ا ز في ب ح الى مربع ا د مركبة من نسبة مربع د ه الى مربع ه ط ومن نسبة
سطح ا ه في ه ب الى ربع مربع ا ب الذي هو مثل سطح ا ه في ه ب برهان ذلك
انا نخرج من نقطة ط خطا موازيا لخط ا ب عليه ط ك ل م س ع ومن نقطة ب ايضا
خطا موازيا لخط ا د عليه ب م فخط م د مماس للقطع كما تبين في الشكل السابع
والعشرين من المقالة الثانية فلان خط ا ه مساوٍ لخط ه ب وخط م س مساوٍ
لخط س د وهو لع د ولع لع م يكون خط ط ط مساويا لخط ط ل ولان
خطي ا م ب مماسين وقد اخرج خط ط ط موازيا لخط م ب يكون نسبة مربع
ا م الى مربع م س الذي هو مثل سطح م س في س د كما تبين في الشكل السادس
عشر من هذه المقالة واذا بدلنا النسبة كانت نسبة مربع ا م الى مربع ا ح

كنسبة مربع ا ه الى سطح ه ط في ه ط الذي هو مثل سطح ل ط في ط م

كنسبة

كنسبة سطح د ب في ب م الى سطح ل ط في ط م ولكن نسبة ب ه في ه ا الى مربع
ه ا فبالمساواة يكون نسبة سطح ب ه في ه ا الى سطح د ب في ب م كنسبة
سطح ل ه في ه ا الى سطح ل ط في ط م ونسبة ل ه في ه ا الى سطح ل ط في ط م
مركبة من نسبة ه ل الى ل ط التي هي مثل نسبة ه ا الى ا ح لتشابه المثلثين
ومن نسبة ا ه الى ه ط التي هي مثل نسبة ه ح الى ح ا لتشابه المثلثين
والنسبة المركبة من ه ا الى ا ح ومن نسبة ه ح الى ح ا هي مساوية لنسبة
سطح ح ه في ه ا الى مربع ح ا فنسبة سطح ه د في ب ا الى سطح د ب في ب م كنسبة
سطح ح ه في ه ا الى مربع ح ا واذا صيرنا سطح د ه في ه م وسطا كانت نسبة
د ح في ه ا الى د ب في ب م مركبة من نسبة ه د في ا م الى ه ح في د م ومن
نسبة د ه في د م الى د ب في ب م فنسبة ح ه في ه ا الى مربع ح ا مركبة من نسبة
ه د في ا م الى ه ح في ه م ومن نسبة د ه في ه م الى د ب في ب م ولكن نسبة ب ه
في ا م الى ح ه في ه م كنسبة مربع ه ب الى مربع ب د ونسبة سطح د ه في ه م الى د ب
في ب م كنسبة ه ه في ه ا الى ح ه في ه ا فنسبة ح ه في ه ا الى مربع ا ح مركبة
من نسبة مربع ه ب الى مربع ب د ومن نسبة سطح ه ه في ه ا الى ح ه في ه ا وذلك

كنسبة سطح ل ه في ه ا الى مربع ه ا

لما اردنا ان نبين نه اذا كان قطعان متقابلان عليهما ا ب د ه ونخطان
مماسان عليهما ا ج د ه ووصل ا ه واخرج من نقطة ا خط موازٍ لخط د ه عليه ا ط م
ومن نقطة ه خط موازٍ لخط ا ج عليه ه د م ونخرج على نقطة ج خطا موازيا لخط ا ه
عليه ج ه وتعلم نقطة على قطع د عليها و ووصل ا و د و فان نسبة سطح ا ج
في ج ه الى مربع ج ه كنسبة سطح ا ط في د ه الى مربع ا ه فنخرج على نقطة د خطا
موازيا لخط ا ه عليه د ل ه فلانه قد تبين في الشكل العشرين من هذه المقالة
ان نسبة سطح ح ح في ح ه الى مربع ح ه كنسبة سطح ط ل في ل د الى مربع د ل و
ح مساوٍ ل ح ه و ... مساوٍ لخط ل د لان القطر الذي يخرج من نقطة ج ينقسم

ا ه بنصفين وينقسم ايضا كل واحد من خطي ل ه د بنصفين فيكون
نسبة مربع ح ح الى مربع ح ه كنسبة سطح ه د في ل الى مربع ل ه ولكن نسبة
مربع ح ه الى سطح ه ح في ح ه كنسبة مربع د ا الى سطح د ل في ا ه لتشابه المثلثين

هو ل

هو ل ا م فنسبة مربع ح ح الى سطح ه ح في ح ه كنسبة سطح ه د في د ا الى
سطح د ا في ا ه ولكن نسبة سطح ه د في د ا الى سطح ه ا في د ل مركبة من نسبة
د ه الى ه ا ومن نسبة د ا الى ا ه ولكن نسبة د ه الى ه ا كنسبة ا ه الى
د د لتشابه مثلثي ا ه د ا د ه ونسبة د ا الى ا ه كنسبة ا د الى ل د لتشابه
مثلثي ا ط د د ل د فنسبة مربع ح ح الى سطح ه ح في ح ا مركبة من نسبة ا د الى
د د ومن نسبة د ا الى ا ط ونسبة مربع ا د الى سطح ا ط في د ه هي ايضا مركبة
من نسبة ا د الى ه د فنسبة مربع ح ح الى سطح ا ح في ح ه كنسبة مربع ا د الى سطح د د	ومن نسبة ا د الى ا ط
في ا ط واذا عكسنا النسبة كانت نسبة سطح ا ح في ح ه الى مربع ح ح كنسبة
سطح د ه في ا ط الى مربع ا د وذلك ما اردنا ان نبين نو اذا كان قطعان
متقابلان عليهما ا ب وم ركزهما نقطة ج وخطان مماسان عليهما
ا ه ج ب ه ط ه ووصل ا ب وقسم بنصفين على نقطة ل ووصل ل ه واخرج
الى نقطة ه واخرج من نقطة ا خط موازٍ ب ه عليه ا م ومن نقطة ب خط موازٍ
لخط ا ه عليه ب د وتعلمت نقطة على القطع الآخر قطع ه عليها ه ووصل
خطا م ب ان فان نسبة سطح ب د في ا م الى مربع ا ب مركبة من نسبة مربع ل ه
الى مربع ه ه ومن نسبة سطح ا ه في ه ب الى ربع مربع ا ب الذي هو مثل سطح
ا ل في ل ب برهان ذلك انا نخرج من نقطتي د ه خطين موازيين لخط ا ب
عليهما م ح ه ط فان كان خط ا ل مساوٍ لخط ل ب يكون خط ط ه مساوٍ لخط
ه د وه ح مساوٍ لخط م ح و ه د مساوٍ لخط ه ف ويكون كذلك خط ه ه
مساوٍ لخط ه ف ولان ا ه ه قطعان متقابلان و ب ط ه مماسان وخط
ط د موازٍ لخط ه ح يكون نسبة مربع ط الى مربع ط ه كنسبة مربع ح الى
سطح ف ه في ه د كما تبين في الشكل الثامن عشر من هذه المقالة و	فنسبة مربع ط الى سطح ط ه
لكن مربع ط ه مساوٍ لسطح ط ه في ه د وسطح ف ه في ه د مساوٍ لسطح ه د في	في د ه كنسبة مربع ح الى
ح ن ولنسبة سطح د ا في ط ب الى مربع ط ه كنسبة سطح ا ب في ه ب الى مربع ه	سطح ه د في ح ا

بالمساواة يكون نسبة سطح ا د في ه ب الى سطح ط د في د ر كنسبة سطح
ه ر في ا ح الى سطح ه ر في ح ز ولكن نسبة ا د في ه ب اذا نحن جعلنا نسبة
ط ه في د ر وسطا مركبة من نسبة ا د في ه ب الى ط ه في د ر ومن نسبة ط ه في ه د
الى ط ه في ه د ولكن نسبة ا ه في ه ب الى ط ه في ه د كنسبة مربع ا د الى مربع
د ه لتشابه المثلثات ونسبة ط ه في ه د الى ط د في ه د كنسبة ا ه في ب
الى ا د في ه ب لتشابه المثلثات ايضا فنسبة سطح ا ح في ه ر الى سطح ه ر في
ح ز مركبة من نسبة مربع ا د الى مربع د ه ومن نسبة سطح ا ه في ب الى سطح ا د
في ا د ولكن نسبة سطح ا ح في ه ر الى سطح ه ر في ح ز مركبة من نسبة ه ر الى ه ز
ومن نسبة ا ح الى ح ز ولكن نسبة ه ر الى ه ز كنسبة ا ب الى ب ونسبة ا ح الى
ح ز كنسبة ب د الى ا ب لتشابه مثلثي ا د ب ز ح فالنسبة المركبة من نسبة ا ب

ا ب ومن نسبة د ب الى ا ب التي هي مثل نسبة سطح ا ب في ب د الى مربع ا ب هي

مركبة

مركبة من نسبة مربع ا د الى مربع د ه ومن نسبة سطح ا ه في ب الى سطح ا د في ب
وذلك ما اردنا ان نبين تمت المقالة الثالثة من كتاب ابلونيوس
في المخروطات وهي ستة وخمسون شكلا والحمد لله حق
حمده وصلواته على محمد واله واصحابه
اجمعين الطيبين الطاهرين
المعصومين

وجدنا في نسخة اخرى هذا الشكل

اذا كان قطع مكافئ عليه ا ب وعلى سهمه د ه وعلى ضلعه القائم له ا ح
وتعلمت نقطة على السهم وهي نقطة د وجعل بعده من راس القطع مثل ربع
خط ا ح واخرج منها خط الى القطع كيفما وقع وهو خط د ب واخرج على استقامته من
القطع وهي نقطة ب خط يماس القطع ويقع من السهم على نقطة عليها ح فان خط
ح ب مثل د ب برهان ذلك انا نخرج عمود ب ر ونجعل ا د مثل ا و فقد تبين في الشكل الرابع والثلاثين
من المقالة الاولى ان خط د ا مثل ا ح فيكون لذلك ه ر مثل و ح و ه ح مثل ه و فمربع ه ح
الذي هو مثل مربع و ر مساو لسطح د ا في ا ح اربع مرات ولمربع و ح الذي هو مثل مربع
د ب و مربع و ح مثل مربع د ه ولكن مربع د ر مساو لمربعي د ب ب ر فمربع د ب مساو لمربع
ح ب و د ب مثل ح ب فان وقع لجانا عمود ب ر من السهم على نقطة ه فبين ان خط د ب
مثل خط ح ب لان ا ب يكون مثل ا ح و ب د مثل د ا اذ هو خط واسط بين د ا و ب د مثل
ربع ا ب واذ قد تبين ان خط د ب مثل ح ب فانه يتبين بذلك اذا اخرج خط ب ط موازيا
للسهم ان زاوية ه د ب مساوية لزاوية ب ح د اذ زاوية ط ب ح مساوية ب د
زاوية ب ح د لتوازي خطي ط ب ح د وذلك ما اردنا ان نبين

المقالة الرابعة من كتاب ابلونيوس في المخروطات ثمانية

من ابلونيوس الى اطالوس سلام عليك: اما الثلث المقالات الاول من
كتاب المخروطات الذي هو ثمان مقالات ما اطالوس فان وضعنا لها
كان الى اوذيموس الذي هو من اهل برغامس فلما توفي اوذيموس رأينا ان
نكتب في هذا الكتاب اليك الذي نعلمه من سرورك بما يصل اليك من
كتبنا التي نضعها وموقع ذلك منك واما في العاجل فقد وجهنا اليك
بالمقالة الرابعة منه وبيّنا فيها على كم نقطة اكثر ما يمكن ان يلقى قطوع
المخروط بعضها بعضا والخط المحيط بالدائرة اذا لم ينطبق كل اثنتين منها بعضها على
بعض وبيّنا فيها ايضا على كم نقطة اكثر ما يمكن ان يلقى قطوع المخروط والخط
المحيط بالدائرة القطعين المتقابلين واشياء اخر سوى هذه كثيرة مما
تشاكل ما ذكرنا والمعنى الاول من هذه المعاني الثلثة التي ذكرناها قد اخبر
به قونون الذي من اهل ساموس الجزيرة في كتابه الذي وضعه الى ثراسوذاوس
وليس سلكه في براهين ذلك المسلك الصحيح ولهذا السبب لامه نيقوطالس
الذي من اهل القيروان بعض اللوم واما المعنى الثاني من المعاني التي ذكرنا
فقد ذكره نيقوطالس في جواب رسالة قونون اليه ذكرا فقط كالشيء
السهل البرهان ولم يثبته لا هو ولا غيره ممن عرفناه واما المعنى الثالث
وسائر ما يشبهه فانا لم نجد احدا ذكرها البتة وجميع هذه الاشياء التي
قلنا انه لم يذكرها احد يحتاج الى اشكال كثيرة متفننة بديعة وان
كان كثيرا مما ذكرته في الثلث المقالات الاول عجيبا ايضا وانا ذاكره في
ذلك في هذه المقالة ومعرفة ذلك نافعة في تاليف المقدمات وفي التقسيم
ونيقوطالس هذا الذي ذكرنا المخالفة كانت لقونون زعم انه لا يحتاج الى
شيء مما استنبطه قونون في معرفة التقسيم وليس زعمه حقا وذلك انه وان

كان

كان ممكنا ان يعلم امر التقسيم من غير حاجة الى هذه الاشيا فان معرفة بعضه
يكون اسهل اذا علم من هذه الجهة وهذه الاشيا يعلم ما كان منه غير محدود
وما كان على جهات كثيرة وما لا يمكن ان يكون البتة وفي التقدم في معرفة
ذلك معونة كثيرة على ادراك الشيء المطلوب وهذه الاشياء التي ذكرناها نافعة
ايضا في تحليل التقسيم وهي مستحقة للقبول ولان يعنى بمعرفتها ولو لم يكن
لها هذه المنافع لحالها في انفسها ولما فيها من البراهين فانا قد نقبل اشيا
اخر كثيرة من العلوم التعليمية لهذا السبب وحده لا لغيره ١ اذا اخرج من
نقطة خطان الى القطع المكافي او الى القطع الناقص او الى محيط دائرة وكان
احدهما مماسا والاخر يقطع القطع على نقطتين وقع الخط الواقع في داخل
الشكل بنسبة جميع الخط القاطع للشكل الى جزئه الخارج من الشكل الذي
فيما بين الشكل والنقطة التي خرج منها الخطان فان الخط الذي يخرج من موضع
نقطة التماس يمر على النقطة التي انقسم عليها الخط الواقع في القطع بقطع
الشكل ويكون الخط الذي خرج من موضع مسقط ذلك الخط الى النقطة التي
خرج منها الخطان بعد ما يماس القطع فليكن القطع ا ب ج ويخرج من نقطة د خطا د ا وهي نقطة د

مماسا وخط ه ب يقطع القطع على نقطتي ه د ويجعل نسبة د ه الى ه ح كنسبة
د ز الى ز ه فاقول ان الخط المستقيم الذي يمر على نقطتي ا ز يقطع القطع
والخط الذي يخرج من موضع سقطه الى نقطة ح يماس القطع فلان
القطع اما مكافي او ناقص واما محيط دائرة يمكننا ان نخرج من نقطة ح
خطا آخر يماس القطع فليكن خط ح ب ونصل خط ا ب فاقول ان ا ب يقع على
نقطة د فان لم يكن كذلك فليقع على نقطة ع فمن اجل ما تقدم بيانه في
الشكل السابع والثلثين من المقالة الثالثة يكون نسبة ه ط الى ط ح كنسبة
ه ع الى ع ح وقد كانت نسبة ه د الى د ح كنسبة ه ز الى ز ح فيكون نسبة ه ع
الى ع ح كنسبة ه د الى د ح وذلك مما لا يمكن فليس الخط المخرج من نقطة ا
الى نقطة ب بغير واقع على نقطة د فقد تبين ان الخط الذي يخرج من نقطة ا
الى نقطة ز على استقامة وقع على القطع وان الخط الذي يخرج من موضع
وقوعه الى نقطة ح يماس القطع وذلك ما اردنا ان نبين ب فان كان
القطع قطعا مكافيا وكان خط ا د مماسا وخط ح ه يقطع القطع على نقطة
واحدة وصير خط ه د مساويا لخط ه ح فان الخط الذي يخرج من نقطة ا الى
نقطة د اذا اخرج على استقامة وقع على القطع والخط الذي يخرج من موضع
سقطه الى نقطة ح يماس القطع فلان القطع قطع مكافي وخط ح ه يقطعه
على نقطة واحدة يكون خط ح ه قطر القطع فان لم يكن قطرا له فيجعل خط
ه د موازيا للقطر فخط ه د قطر للقطع كما تبين في الشكل السادس والاربعين
من المقالة الاولى ولان خط ح ه يقع على قطر القطع فانه اذا اخرج على
استقامة وقع على القطع على نقطة اخرى كما تبين في الشكل السابع و
العشرين من المقالة الاولى وذلك مما لا يمكن لانه جعل قاطعا للقطع
على نقطة واحدة فقط فخط ه د قطر للقطع وخط ه ح مساو لخط ه د وخط
ا د على الترتيب كما تبين من الشكل الثالث والثلثين واذا اخرج على

اذا انفذ

استقامة

استقامة وقع على القطع فليقع عليه على نقطة ب فالخط الذي يخرج من
نقطة ح الى نقطة ب يماس القطع كما بين في الشكل الثالث والعشرين
من المقالة الاولى لان خط ه ح مساو لخط ه د وخط ب د على الترتيب و
ذلك ما اردنا ان نبين ج فان كان القطع قطعا زايدا وسائر ما

ذكرنا على حاله وكانت نقطة ح داخله من الزاوية المحيطة بالقطع التي
من الخطوط الغير الواقعة على القطع واخرج منها خطان الى القطع احدهما
مماس والاخر قاطع للقطع فانه يعرض فيه ايضا مثل الذي ذكرنا في الشكل
الاول من هذه المقالة لانه قد يمكننا ان نخرج من نقطة ح خطين مماسين
وان كان في القطع الزايد سائر ما ذكرنا على حاله الا ان النقطتين
اللتين عليهما يقطع الخط للقطع لا يحيطان بنقطة التماس فانه يعرض
ايضا مثل ما ذكرنا فليكن ا ب قطع زايد وخط ح ا مماس للقطع وخط ح د
يقطع القطع على نقطتي ه د ولكن نقطة التماس التي هي ا ليس فيما بين نقطتي ه د ويجعل نسبة ه ح
الى ه ح كنسبة د ز الى ز ه فاقول ان الخط الذي يخرج من نقطة ا الى نقطة ز و
ينفذ على استقامة يقع على القطع واقول ان الخط الذي يخرج من نقطة ا
الى موضع وقوع ذلك الخط يماس القطع فلان خطي ح ا ح د اذا اخرجا على نقطتي

استقامة يقعان خارجا من القطع يكون ملتقى هذين الخطين وهو ط
نقطة ط داخلا من الزاوية المحيطة بالقطع كما قد تبين في الشكل الخامس
والعشرين من المقالة الثانية فقد يمكننا ان نخرج من نقطة ح خطا
اخر مماس القطع فليكن خط ح ب واقول ان الخط الذي يخرج من نقطة ا
الى نقطة ب على استقامة يقع على نقطة د فان لم يكن كذلك فليقع
على ج مثل ا ج فيكون نسبة ا د الى د ج كنسبة ا ح الى ح ج كما تبين
في الشكل السابع والثلاثين من المقالة الثالثة وذلك ما لا يمكن
لان نسبة ا د الى د ج كانت كنسبة ا د الى د ا فليس الخط الذي يخرج
من نقطة ا الى نقطة ب بغير واقع على نقطة د ولكنه واقع على نقطة د و
لذلك يكون الخط الذي يخرج من نقطة ا الى نقطة د وينفذ على استقا
واقعا على استقامة واقعا على القطع ويكون الخط الذي يخرج من ح
ويوصل الى نقطة ب مماسا للقطع وذلك ما اردنا ان نبين ن وايضا

ان نحن جعلنا نقطة ه داخلة من الزاوية المحيطة بالقطع واخرجنا من
نقطة ه خط ه د موازيا لاحد الخطين اللذين لا يقعان على القطع وجعلنا
خط ه ر مساويا لخط ه د فان الخط الذي يجوز على نقطتي ه ا ذا انفذ انتهى
الى القطع وان اخرج من النقطة التي انتهى اليها خط الى نقطة ر فانه يكون

مماسا

مماسا للقطع لانه يمكننا ايضا ان نخرج من نقطة ه خطا اخر مماسا فليكن
خط ه ب واقول ان الخط الذي يخرج من نقطة ا الى نقطة ب يقع على نقطة ط فان
لم يكن كذلك فليقع مثل ا ب خط ط ب مساويا لخط ط ح كما بينا في الشكل الثلاثين
من المقالة الثالثة وذلك ما لا يمكن لانه قد كان مساويا لخط ط ه فليس
الخط الذي يخرج من نقطة ا الى نقطة ب غير واقع على نقطة د وذلك ما اردنا

ان نبين م اذا كان قطع زائد وكانت الزاوية التي تليها الزاوية المحيطة
التي يحيط بها الخطان اللذان لا يقعان على القطع الزائد زاوية ع ه وكانت
نقطة ر داخلة من زاوية ع ه وكان خط ا ه مماسا للقطع وخط د ر يقطع القطع
على نقطتي ... ويحيط قطعة د ر بنقطة ا التي هي موضع التماس ولنبين كيف يمكن
ان يخرج من نقطة ر الى مواضع القطع فصل نسبة ... الى ... كنسبة ... الى
... فاقول ان الخط الذي يخرج من نقطة ر الى نقطة ا وينفذ على استقامة
يقع على القطع المقابل للقطع ا والخط الذي يخرج من موضع وقوعه الى نقطة ر
يماس القطع الذي عليه برهان ذلك انه يمكن ان يخرج من نقطة ر خط
مماس للقطع فليخرج وهو ... واقول ان الخط الذي يخرج من نقطة ا

الى نقطة ب ونفذ على استقامته يقع على نقطة د فان لم يكن كذلك فليقع
مثل ح ا فيكون نسبة ب ه الى ح كنسبة ب ح الى ه كما تبين في الشكل الثاني
والثلاثين من المقالة الثالثة وذلك ما لا يمكن لان نسبة ب ه الى ه د كانت
كنسبة ب د الى د ه فالخط الذي يخرج من نقطة ا الى نقطة د اذا انفذ وقع
على القطع المقابل على نقطة ب والخط الذي يخرج من نقطة ب الى نقطة
د يماس القطع وذلك ما اردنا ان نبين ى واذا كان قطع

زايد عليه اد وكان الخطان اللذان لا يقعان عليه خطي ز ح ه ح وكان
نقطة ح على احد الخطين اللذين لا يقعان على القطع واخرج من نقطة ح
خط مماس للقطع عليه ح ا واخرج خط ح ب قاطعا للقطع على نقطتي ب د و
جعلت نسبة ب ه الى ه د كنسبة ب د الى د ه ووصل د ا فانه يكون موازيا
لخط ه ح الذي لا يقع على القطع فان لم يكن كذلك فيخرج خط ا ع موازيا
لخط ه ح فيكون نسبة ب ه الى ه د كنسبة ب ع الى ع د كما تبين في الشكل الخامس

والثلثين

والثلاثين من المقالة الثالثة وذلك ما لا يمكن لانه كانت نسبة ب ه
الى ه د كنسبة ب د الى د ه فخط ا د مواز لخط ه ح وذلك ما اردنا ان نبين

ز واذا كان القطع الزائد ا د والخطان اللذان لا يقعان على القطع
ط ح ه ح وكانت نقطة ح على احد الخطين اللذين لا يقعان على القطع
وهو الذي عليه ه ح وكان خط ح ا مماس للقطع وخط ح ز موازيا لخط
ح ط الذي لا يقع على القطع وان كان خط ه د الذي في داخل القطع
مساويا لخط ه د الخارج من القطع ووصل د ا فانه مواز لخط ه ح الذي
لا يقع على القطع فان لم يكن كذلك فيخرج ا ع موازيا له فخط ه ع مساو
لخط ع ح كما تبين في الشكل الحادي والثلثين من المقالة الثالثة
وذلك ما لا يمكن فخط ا د مواز لخط ه ح وذلك ما اردنا ان نبين

ح اذا كان قطع مكافى او قطع ناقص او محيط دائرة وتعلمت نقطة ما خارجة عن القطع وهى نقطة د ونخرج من نقطة د خطين مستقيمين يقطعان القطع عليهما د ب ا د هـ ح ونجعل نسبة اد الى د ب كنسبة ام الى م ب ونجعل نسبة هـ د الى د ح كنسبة هـ ل الى ل ح ونخرج خطى د ط د ك مماسين للقطع فاقول ان الخط الذى يخرج من نقطة م الى نقطة ل اذا اخرج على استقامته من كلتى الجهتين وقع على خطى د ط د ك على نقطتى ط ك فان لم يكن كذلك فليكن الخط الذى يخرج من نقطة م الى نقطة ل واقع مثل م ن ل ان امكن ذلك فيكون نسبة اد الى د ب كنسبة ام الى م ب ونسبة هـ د الى د ح كنسبة هـ ل الى ل ح كما تبين فى الشكل السابع والثلاثين من المقالة الثالثة فنسبة اد الى د ب كنسبة ام الى م ب ونسبة هـ د الى د ح كنسبة هـ ل الى ل ح وذلك مما لا يمكن فالخط الذى يمر على نقطة م ل اذا خط مستقيم وذلك ما اردنا ان نبين

اذا كان قطع زائد عليه ا ب وكان الخطان اللذان يقع عليه خطى ط ح ح ر د كان داخلهما نقطة م واخرج منها خطان يقطعان القطع ويكون وقوع احد الخطين محيطا بوقوع الخط الاخر وهما خطا د ا د هـ وجعلت نسبة اد الى د ب كنسبة ام الى م ب ونسبة هـ د الى د ح كنسبة هـ ح الى ح د فان الخط الذى يخرج من نقطة م الى نقطة ح على استقامته اذا اخرج وقع على القطع فى موضعين وان الخطين الذين يخرجان من نقطة م الى موضعى وقوع الخط على القطع يماسان القطع برهان ذلك ان نقطة م داخلة من الزاوية التى من الخطين اللذين لا يقعان على القطع فقد يمكننا ان نخرج منها خطين مماسين فليخرجا وهما خطا م ه م ل فاقول ان الخط الذى يخرج من نقطة ح الى نقطة ل يمر على نقطتى ب ن فان لم يكن كذلك وامكن فليخرج مثل ه ر ل فنسبة ا د الى د ب كنسبة ام الى م ب كما تبين فى الشكل السابع والثلاثين من المقالة الثالثة ولذلك يكون نسبة ه د الى د ح كنسبة ه ل الى ل ح فنسبة ا د الى د ب كنسبة ا م الى م ب ونسبة ه ط الى ط ح كنسبة ه ل الى ل ح وذلك مما لا يمكن فليس يقع الخط الذى يخرج من نقطة ه الى نقطة ل خارجا من

نقطتي ب ج ولكنه يجوز على نقطتي ب ج وذلك ما اردنا ان نبين ي

اذا كان قطعان متقابلان عليهما ا ب ل وكانت الزاوية التي يحيط
بها الخطان اللذان لا يقعان على القطع زاوية ج ط ه وتعلمت نقطة داخلها
نقطة د واخرج منها خطان يقطعان القطع عليهما ا د ه واخرج خطان
مماسان عليهما ه ب د ل وجعلت نسبة ا د الى ب كنسبة ا ب الى ب ز ونسبة
د ز الى د ح كنسبة ه ج الى ح ه فان الخط الذي يخرج من نقطة ل الى
نقطة ح يجوز على نقطتي ب ج فان لم يكن كذلك وامكن سواه فليخرج مثل
ل ح ه د فيكون نسبة ا ه الى ب كنسبة ا م الى ب كما تبين في الشكل
السابع والثلاثين من المقالة الثالثة ولذلك يكون نسبة ه د الى ه ح
كنسبة د ه الى ل ه فنسبة ا د الى ب كنسبة ا م الى ب ونسبة ه ب الى
ج كنسبة ه د الى ه ر وذلك ما لا يمكن فليس يقع الخط الذي يخرج
من نقطة ل الى نقطة ح خارج عن نقطتي ب ا ولكنه يجوز عليهما
وذلك ما اردنا ان نبين يا

واذا

يب اذا قطع قطع زائد احد القطعين المتقابلين على اربعة مواضع
فان القطع المقابل له لا يقع على القطع الآخر من القطعين المتقابلين
فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب ج ط وليقطع قطع ا ب ه قطع زائد وهو ه ا د ه
على اربعة مواضع وهي ا ب ث د فاقول ان القطع المقابل لقطع د ه لا يقع
على قطع ج ط فان امكن ذلك فليقع عليه على نقطة ح ونصل خطوط ا ب د
ث ونخرجهما على استقامة وقد تبين في الشكل الخامس والعشرين من
المقالة الثانية ان ا ب د ث يلتقيان فليلتقيا على نقطة م ونجعل نسبة
ا م الى م ث كنسبة ا ط الى ط ث ونسبة د م الى م ث كنسبة ح م الى ح ث
ونصل ط ا ونخرجه الى نقطتي ج ه فيكون الخطوط التي تخرج من ح ه الى
نقطة م مماسة للقطع الزائد الذي عليه ا ه د كما تبين في الشكل الثا
من هذه المقالة فيكون الخطان اللذان يخرجان من نقطتي د ق الى نقطة

مماسين للقطع الزايد الذى عليه د ه د فاذا وصلنا نقطة هـ بنقطة م بخط مستقيم واخرجناه فى كلتى الجهتين فيكون من اجل الخطين المماسين لقطع ا ه ح نسبة د ه الى هـ م كنسبة د ب الى ب م كما بين فى الشكل التاسع والثلاثين من المقالة الثالثة فيكون من اجل الخطين المماسين لقطع د ه د نسبة د ه الى هـ م كنسبة د ه الى ه م وذلك ما لا يمكن فليس يقع اذا القطع المقابل لقطع د ه د على قطع ح ط وذلك ما اردنا ان نبين

ما اذا وقع قطع زايد على احد القطعين المتقابلين فى موضعين وكان تقويسهما واحدة فى جهة ووقع على القطع الاخر المقابل على نقطة ما فان القطع المقابل كذلك القطع الزايد لا يقع على واحد من القطعين المتقابلين فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب ح د ه د وقطع زايد عليه ا ه ح يقع على قطع ا ب ح فى موضعين وهما ا ح ويقع على قطع د ه د على نقطة واحدة وهى ه فاقول ان القطع المقابل لقطع ا ه ح الزايد الذى عليه ط لا يقع

على احد قطعى ا ب ح د ه د وذلك انا اذا اخرجنا خطوط ا ه ه ح ا ح لا يقعان على قطع د ه د على نقطة اخرى سوى نقطة ه كما تبين فى الشكل الثانى والثلثين من المقالة الثانية وايضا لان ا ه ح ط قطعان متقابلان وقد وقع على احدهما كل واحد من خطى ا ه ه ح على نقطتين فمن اجل ذلك لا يقعان على قطع ط كما تبين فى الشكل الثانى والثلثين من المقالة الثانية ولذلك لا يقع قطع ط على واحد من قطعى ا ب ح د ه د وذلك ما اردنا ان نبين

مب اذا القى قطع زايد احد القطعين المتقابلين فى ثلاث مواضع فان القطع المقابل له لا يلقى القطع الاخر فى اكثر من موضع فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب ح د ه د وقطع زايد عليه ا م ب ح وليلق هذه القطع قطع ا ب ح على ثلاث نقط وهى ا ب ح فليكن القطع المقابل لقطع ا م ب ح قطع د ه ح فاقول ان قطع د ه ح لا يلقى قطع د ه د فى اكثر من موضع واحد فان امكن ان يلقاه فى اكثر من موضع فليلقه على نقطتى د ه ونصل خطى ا ب فهذان

الخطان اما ان يكونا متوازيين واما ان لا يكونا كذلك فليكونا اولا متوازيين
على ما في الصورة الاولى ويقسم خطي ا ب د ه بنصفين على نقطتي ح ط ونصل
خط ح ط فخط ح ط قطر للقطوع كلها كما تبين من الشكل الحادي والثلثين
من المقالة الثانية ويكون كل واحد من خطي ا ب د ه على هذا القطر على ترتيب
ويخرج من نقطة ج خطا موازيا لخط ا ب عليه د ج ز فيكون هذا الخط ايضا
على ذلك القطر على ترتيب وهو يلقى القطعين على نقطتين مختلفين وذلك
انه لو يلقيهما على نقطة واحدة لما كان التقى القطعان في ثلاثة مواضع
لكن في اربعة ويكون في قطع ا م ب ه الخط المساوي لخط ج ز ويكون الخط
المساوي لخط ج د في قطع ا د ب ج فيكون خط ج د مساويا لخط ج ز وهذا
غير ممكن وايضا فلا يكون خطا ا ب د ه متوازيين لكن نخرجهما وليلتقيا
على نقطة ز على ما في الصورة الثانية ونخرج خط ج ح موازيا لخط ا ز
ليلقى هذا الخط اذا اخرج خط د ز على نقطة و ويقسم خطي ا ب ه بنصفين
على نقطتي ح ط ونخرج من نقطتي ح ط قطري ح ب ط د م ل ونخرج من نقطة
ب ل م خطوطا مماسة للقطوع عليها ب ت ث م ت ل فيكون خط ث ب موازيا
لخط د ز وخطا ل ث م ت موازيين لخطي ا ز د ز فيكون نسبة مربع م ت الى
مربع م ب كنسبة سطح ا ز في ز ب الى سطح د ز في ز ه كما تبين في الشكل
التاسع عشر من المقالة الثالثة فيكون من اجل ذلك نسبة مربع ل ث الى
مربع ث ب كنسبة سطح ا ز في ز ب الى سطح د ز في ز ه فنسبة مربع م ت
الى مربع ت ب كنسبة مربع ل ث الى مربع ث ب فاما نسبة مربع م ت الى مربع
ت ب فانها كنسبة سطح ج د في د ج الى سطح د د في د ه كما تبين ايضا
في الشكل التاسع عشر من المقالة الثالثة واما نسبة مربع ل ث الى مربع
ث ب فهي كنسبة سطح ج ز في ز ج الى سطح د ز في ز ه فسطح ج ز في ز ج مساو
لسطح ج د في د ج وهذا غير ممكن وذلك ما اردنا ان نبين

اذا ماس قطع زائد احد القطعين المتقابلين على نقطة وقطع القطع
الاخر منهما في موضعين فانه لا يلقى احد القطعين المتقابلين فليكن قطعان
متقابلان عليهما ا ب ج د ولكن قطع زائد عليه ا ب د وليقطع هذا
القطع قطع ا ب على نقطتي ا ب وليماس قطع على نقطة د وليكن القطع المقابل
لقطع ا ب د قطع ه فاقول ان قطع ه لا يلقى واحدا من قطعي ا ب د فان امكن
ان يلقى احدهما فليلتقي قطع ا ب على نقطة ج خطا مماسا للقطعين فهو يلقى
خط ا ب كما تبين في الشكل الخامس والعشرين من المقالة الثانية فليلقه

على نقطة د فنقطة د هي فيما بين الخطين اللذين لا يقعان على قطع ا ب والقطع
المقابل لهذا القطع هو قطع د ه فالخط الذي يخرج من نقطة ح الى نقطة د
اذا انفذ صار في داخل زاوية ب د ه وايضا فلان قطع ا ب قطع زايد وقد
لقيه خطا ا ب ب و وقوع خط ا ب لا يحيط بنقطة د فان نقطة د فيما بين الخطين
اللذين لا يقعان على قطع ا ب والقطع المقابل لهذا القطع هو قطع د فخط
ح د يقع اذا اخرج من نقطة د في زاوية ب د ه هذا خلف وذلك ان هذا الخط
قد كان تبين انه يقع اذا انفذ في زاوية ب د ه فليس يقع قطع ه على احد
قطعي ا ب د ه وذلك ما اردنا ان نبين

مد اذا ماس قطع واحد القطعين المتقابلين في موضع واحد وقطعه
في موضعين فان القطع المقابل له لا يقطع القطع الاخر من القطعين المتقابلين
فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب ه وليكن قطع زايد عليه ا ح ه وليماس
قطع ا ب ح على نقطة ا وليقطعه على نقطتي ب ح وليكن القطع المقابل لقطع

٢٤

ا ح قطع ه فاقول ان قطع ه لا يلقى قطع د فان امكن فليلقه على نقطة د
ونصل خط ب ح ونخرج من نقطة ا خطا مماسا للقطعين حتى يلقى خط ب ح
عليه ا ر فتبين كما بينا في الشكل الذي قبل هذا ان نقطة د هي في الزاوية
التي يحيط بها الخطان اللذان لا يقعان على قطع ا ب فاذا وصلنا خط د د و
اخرجناه قطع القطوع فيما بين نقطتي ا ب على نقطتي ع د ولتكن نسبة ل ك الى
ل ب كنسبة ح د الى د ب ونصل خط ا ل وننفذه فهو يقطع الخطين القطعين
على نقطتين مختلفتين فليقطعهما على نقطتي ر د فالخطان اللذان يخرجان من
نقطة د الى نقطتي ر د يماسان القطعين كما تبين في الشكل الثالث من هذه

المقالة ويكون من اجل احد القطعين نسبة ح د الى د ب كنسبة ح ع الى ع ه
كما تبين من الشكل التاسع والثلاثين من المقالة الثالثة ويكون من اجل
القطع الاخر نسبة ح د الى ب د كنسبة ح ه الى ع د وهذا غير ممكن فليس يلقى

القطع المقابل للقطع الزايد فقطع د ه ذلك ما اردنا ان نبين مه اذا ماس
قطع زايد احد القطعين المتقابلين على نقطة واحدة ولقيه في موضع اخر
فان القطع المقابل لذلك القطع الزايد لا يلقى القطع الاخر من القطعين المتقابلين
في اكثر من موضع فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب ه د ح وليكن قطع زايد عليه
د ا ح وليماس قطع ا ب على نقطة ا وليقطعه على نقطة ح وليكن القطع المقابل
لقطع د ا ح قطع ه ر ط فاقول ان هذا القطع لا يلقى قطع ه د ح في اكثر من موضع
واحد فان امكن فليلقه على نقطتي ه د ونصل خط ه د ونخرج من نقطة ا خطا
مماسا للقطوع عليه ا ح فخطا ا ح ه د اما ان يكونا متوازيين واما ان لا يكونا
كذلك فليكونا اولا متوازيين على ما في الصورة الاولى ونخرج من نقطة
التنصيف من خط ه د قطرا للقطوع فهو يمر بنقطة ا كما تبين في الشكل الحادي
والثلثين من المقالة الثانية ونخرج من نقطة ح خطا موازيا لخطي ا ح ه د عليه ح ل د ب
فهذا الخط يقطع القطعين على نقطتين مختلفتين ويكون من اجل احد القطعين
خط ح ل مثل خط ل د ومن اجل القطع الاخر يكون ح ل مثل ل ب وهذا خلف
وايضا فلا يكون خطا ا ح ه د متوازيين لكن يلتقيان اذا اخرجا على نقطة ح
كما في الصورة الثانية وخط ح د الموازي لخط ا ح اذا اخرج لقي خط ه د على
نقطة د واذا اخرج خط ا م قطع خط ه د بنصفين فانه يقطع القطعين على
نقطتي م ع ونخرج من نقطتي م ع خطين مماسين للقطعين عليهما ر ف ع ف فيكون
نسبة مربع ا ف الى مربع ف ر كنسبة مربع ا د الى مربع د ع ولذلك يكون نسبة
سطح د د في د ح الى سطح د ه في د ه كنسبة سطح د د في ب ح الى سطح ب د في ب ح
كما تبين في الشكل التاسع عشر من المقالة الثالثة ويكون كذلك سطح
د د في ب ح مساويا لسطح ب د في ب ح وهذا غير ممكن

اذا ماس

مو اذا ماس قطع زايد احد القطعين المتقابلين على نقطة واحدة فان القطع
المقابل له لا يلقى القطع الاخر من القطعين المتقابلين على اكثر من نقطتين
فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب د ولكن قطع زايد عليه ا ح وليكن
مماسا لقطع ا ب على نقطة ا وليكن القطع المقابل لقطع ا ح قطع د ه ر فاقول
ان قطع د ه ر لا يلقى قطع ه ح على اكثر من نقطتين فان امكن فليلقه على ثلث نقط

وهي ه ط و نخرج خطا مماسًا لقطعي ا ب ه عليه ا ح ونصل خط ه د وليكن اولًا
خطا ا ح ه متوازيين على ما في الصورة الاولى ويقسم خط ه د بنصفين على نقطة
ل ونصل خط ا ل فيكون خط ا ل قطرًا للقطوع كما تبين من الشكل الحادي
والثلاثين من المقالة الثانية ويقطع هذا الخط القطعين على نقطتي م د اللتين
فيما بين نقطتي ه د فينقسم خط ه ا بنصفين على نقطة ل ونخرج من نقطتي ا ط خطًا
موازيًا لخط ه د عليه ط ا ر فيكون من احد القطع الواحد خط ط ا ر مساويًا لخط
س ح ويكون من اجل القطع الاخر خط ط ا ر مساويًا لخط ه ر فيكون خط س ح مساويًا
لخط ه ر وهذا غير ممكن وايضًا فلا يكون خطا ا ح ه متوازيين لكن يلتقيان

على نقطة ح ولنكن ساير ما ذكرنا على حاله ونخرج خطا ا ح ولنلقي خط ط د على نقطة
د كما فعلنا ايضًا فيكون من اجل قطع د ه نسبة سطح ه ح في ح ه الى مربع ا ح
كنسبة سطح د ح في ح ط الى مربع ا ح كما تبين من الشكل الثامن عشر من المقالة
الثالثة ويكون من اجل قطع د ط نسبة سطح ح د في د ط الى مربع ا د كنسبة سطح د ح
في ح ه الى مربع ا ح فسطح ح د في د ط مساو لسطح د ح في د ط وذلك ما لا يمكن
قطع ه د لا يلقي قطع ه ح في اكثر من موضعين وذلك ما اردنا ان نبين من
اذا ماس كل واحد من القطعين المتقابلين قطع زايد فان القطع المقابل
لا يلقي واحدًا من القطعين المتقابلين فليكن قطعان متقابلان عليهما
ا د ولنكن قطع زايد عليه ولنماس القطعين المتقابلين على نقطتي ا ب

ولنكن القطع المقابل له قطع ه فاقول ان قطع ه لا يلقي واحدًا من القطعين

المتقابلين فان امكن فليلتق قطع اد على نقطة د ونخرج من نقطتي اب خطين مماسين
للقطوع فهذان الخطان يلتقيان في الزاوية التي يحيط بها الخطان اللذان
لا يقعان على قطع اب كما تبين في الشكل الخامس والعشرين من المقالة الثانية
فليلتقيا على نقطة ه ونصل خط ه ح خط ه د فاذا انفذ وقع فيما بين خطي اه ه ب و
هو ايضا يقع فيما بين خطي ح ه ب وهذا خلف فقطع لا يلقى قطع اد وذلك
ما اردنا ان نبين مح اذا ماس كل واحد من القطعين المتقابلين كل واحد
من القطعين المتقابلين على نقطة واحدة وكان بطن تقويسهما في جهات
متفاوتة فانها لا يلتقي على نقطة اخرى فليكن قطوع متقابلة يتماس على
نقطتي اد فاقول انها لا يلتقي على نقطة اخرى فان امكن فليلتق ايضا على
نقطة ه فيكون قطع زائد مماس لاحد القطعين المتقابلين على نقطة ويلقاه
على نقطة د وقد تبين في الشكل الخامس والاربعين من هذه المقالة ان
ذلك اذا كان كذلك فان قطع اد لا يلقى قطع ا على اكثر من نقطة ونخرج من
نقطتي اد خطين مماسين للقطوع عليهما اط ط د ونصل خط اد ونخرج من
نقطة ه خطا موازيا لخط اد عليه ه ب ح ونخرج من نقطة ط قطرا ثانيا للقطوع
المتقابلة عليه ط م ل فهذا القطر يقسم خط اد بنصفين على نقطة م و
يقسم ايضا كل واحد من خطي ب ح بنصفين على نقطة ل فيكون خط ل ب مساويا
لخط ل ه وهذا غير ممكن فليس يلقى هذه القطوع في موضع اخر

يج اذا تماس قطعان متقابلان قطعين متقابلين على نقطتين فانها
لا يلقى على نقطة اخرى فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ه د ولكن
قطعان اخران متقابلان عليهما ا ه د وليماساهما ا و لا على نقطتين

اه

ا ه كما في الصورة الاولى فاذا كان قطع ا ه مماسا لكل واحد من قطعي ا ب
د ه على نقطتي ا ه فان قطع د ه لا يلقى واحدا من قطعي ا ب د كما تبين في الشكل
السابع والاربعين من هذه المقالة فليكن المماسة على ما في الصورة
الثانية فنتبين ايضا ان قطع د لا يلقى قطع د ه من الشكل التاسع والاربعين
من هذه المقالة فليكن المماسة على ما في الصورة الثالثة التي تماس فيها
قطع ا ه قطع ا ب على نقطة ا وتماس قطع د قطع د ه على نقطة د فان كان
قطع ا ه تماس قطع ا ب وكان احدابهما في جهتين مختلفتين فان قطع ه د
لا يلقى قطع ا ب وايضا فان قطع د ايضا اذ كان مماسا لقطع د ه فان قطع ا ه
لا يلقى قطع د ه فان كان قطع ا ه مماسا لقطع ا ب على نقطة ا وكان قطع ه د
مماسا لقطع د على نقطة د وكان بطن تقويسهما في جهة واحدة على ما في
الصورة الرابعة فانها لا يلتقي على نقطة اخرى كما تبين في الشكل الثامن
والاربعين من هذه المقالة ولا يلقى قطع ه د قطع ا ب فقد تبين ما اردنا
على جميع الجهات التي يمكن ان نتوهم عليه
التمة

كج اذا ماس بعض خطوط القطوع التى ذكرناها لبعض على نقطة واحدة فانه
لا يتقاطع على اكثر من موضعين فليماس قطع مخروط القطع مخروط على نقطة ا
فاقول انه لا يقطع احدهما الاخر على اكثر من موضعين فان امكن ذلك فليقطعه
على مواضع د ه و ونخرج خط ا ح مماسا للقطعين ونصل د ونخرجه على
استقامة الى ح ونجعل نسبة د و الى ح د كنسبة د م الى د ونصل ا و
ونخرجه على استقامة الى ل ونصل ح د ح فخطوط ح مماس قطع ا د و ه
وخط ح د يماس قطع ا د د ه كما تبين في الشكل الاول والثالث من هذه المقالة
فيكون من اجل قطع ا د ح ه لنسبة د ه الى ح د كنسبة د ا الى ح كما تبين
في الشكل السابع والثلثين من هذه المقالة الثالثة واذا بدلنا كانت
[illegible] الى ح ه كنسبة ط ا الى ح كما تبين في الشكل التاسع والثلاثين
[illegible] لة الثالثة واذا بدلنا كانت نسبة د ه الى ا كنسبة ح ه الى ح ط

فيكون نسبة هـ ه الى ط كنسبة هـ س الى ط وذلك مما لا يمكن وذلك ما
اردنا ان نبين

كد اذا ماس بعض خطوط القطع التي ذكرنا البعض على نقطتين فانهما
لا يلتقي على اكثر منهما فليماس قطعا مخروطا احدهما الاخر على نقطتي
ا ب وهما قطعا ا د ب ا ه ب على ما في الصورة الاولى ليقطع احدهما الاخر على موضع
اخر ان امكن ذلك وهو موضع نقطة ه ونخرج من موضعي نقطتي ا ب خطين
مماسين لقطع ا د ب وهما ايضا مماسان لقطع ا ه ب على نقطتي ا ب وهما ا ح ب ح فان
التقيا فانا نخرج ح ه فاذا وصلنا نقطة ا بنقطة ب يكون نسبة ح ز الى ح ا
كنسبة د ه الى ح كما تبين في الشكل السابع والثلاثين من المقالة الثالثة
واذا بدلنا كانت نسبة ح ز الى د كنسبة ح ا الى ح ه ومن اجل قطع ا ه ب يكون
نسبة ح ز الى ح ه كنسبة ه د الى ه واذا بدلنا كانت نسبة ح ز الى ح ه كنسبة
ه د الى ه وذلك مما لا يمكن فليس يتقاطع الخطان القطعان على نقطة اخرى
فان كان خط ا ح موازيا لخط د ب على ما في الصورة الثانية فان ا ب يكون قطرا
بين

تبين في الشكل السابع والعشرين من المقالة الثانية فيكون القطوع عند ذلك
قطوع ناقصة او قطوع ناقصة ومحيط دايرة واذا اخرجنا من نقطة ه خطا موازيا
لخط ح ا وهو خط ه ط يكون خط ه ح مساويا لخط ح ط ويكون ايضا ه ح مساويا
لخط ح ط وذلك مما لا يمكن فليس يماس القطع للقطع على نقطة اخرى وذلك ما
اردنا ان نبين

كه وليكن نقطة ه فيما بين موضعي التماس وقطع ا ه ونخرج ا ح مماسا
وخط ب ح ايضا مماسا فخطا ب ح ا ح مماسان لقطعي ا ب من اجل ان خط المماس
لاحدهما يقع خارجا من القطع الاخر ونصل ا ب ونخرج من نقطة ح الى وسط
خط ا ب خط ح م ونخرج من نقطة ه خطا موازيا لخط ا ب عليه د ه ه د على ما في
الصورة الاولى فلان خط د ه خرج من موضع التقاء الخطين المماسين
الى وسط الخط الذي يصل ما بين نقطتي التماس يكون د ه قطر للقطوع كما تبين
في الشكل التاسع والعشرين من المقالة الثانية ويكون خط ه د مساويا
لخط ه د وخط ه د ايضا مساويا لخط ه د وذلك مما لا يمكن فليس يتماس القطعان
لا يتقاطعان الا على نقطتي ا ب فان كان الخط الذي يخرج الى وسط قطع ا ب

يجوز على نقطة ه على ما في الصورة الثانية فانا نخرج خطا موازيا لخط ا ب وهو
خط ط م فيكون خط ط ح مساويا لخط ه ل من اجل قطع ا ط ه ح ويكون خط د ع
مساويا لخط ه م من اجل قطع ا د ه ل وذلك ما لا يمكن وعلى مثل ذلك
ايضا نتبين ما ذكرنا في القطوع الناقصة كما تبين في الشكل الذي قبل
هذا وذلك ما اردنا ان نبين

كى القطع المكافي لا يماس القطع المكافي على موضعين فان امكن ذلك
فليماس قطع مكافي لمكافي على نقطتين وهما نقطتا ا ب ونخرج ا ه ب ه مماسين
ونصل ا ب ونقسمه بنصفين على نقطة د ونصل ه د فخط ه د قطر كما تبين
في الشكل التاسع والعشرين من المقالة الثانية وخط ا ب على الترتيب فيكون
خط ه د يقسمها بنصفين على نقطة ب وذلك ما لا يمكن كما تبين انه لا يماس
قطع مكافي لقطع مكافي على نقطتين وذلك ما اردنا ان نبين

كز القطع المكافى لا يماس القطع الزايد فى موضعين اذا كان وقوع
القطع المكافى خارجًا عن القطع الزايد فان امكن ذلك فليماس قطع
مكافى لقطع زايد خارجًا منه على نقطتى ا ب وليكن القطع المكافى منهما
قطع ا د ب ونخرج خطين مماسين لقطع ا د ب وهما خطا ا ه ب ه وهما ايضًا
مماسان القطع الزايد الذى عليه ا د ب ونصل ا ب ونخرج من نقطة ه الى
وسط ا ب خط ه د ر فخط ه د ر هو قطر للقطعين كما تبين فى الشكل التاسع والعشرين
من المقالة الثانية وليكن نقطة ح مركزًا للقطع الزايد فسطح ه ح فى ح ر مثل
لمربع ح د كما تبين فى الشكل السابع والثلاثين من المقالة الاولى فنسبة
ه ح الى ح د كنسبة ه د الى د ح واذا نقص من ه ح د ح بقى ه د واذا نقص من
د ح ر ح بقى د ر فنسبة ه ح الى ح د كنسبة ه د الى د ر فخط ه د اعظم من
خط د ر ونتبين من جهة قطع ا د ب المكافى ان خط ه د اصغر من خط د ر لان
خط ه د مثل لخط د ر كما تبين فى الشكل الخامس والثلاثين من المقالة الاولى
وذلك ما لا يمكن فليس يماس قطع مكافى لقطع زايد على موضعين اذا كان
وقوع القطع المكافى خارجًا عن القطع الزايد وكذلك ايضًا يتبين انه لا
يماس قطع مكافى للقطع الناقص ولا لمحيط دايرة فى موضعين اذا كان وقوع
القطع المكافى داخلا منهما وذلك ما اردنا ان نبين

كح القطع الزايد لا يماس القطع الزايد فى موضعين اذا كان مركزهما
واحدًا فليماس القطع الزايد الذى عليه ا ب ج للقطع الزايد الذى عليه
ا د ج على موضعين وهما نقطتا ا ج ان امكن ذلك وليكن مركزهما نقطة ه
ونخرج خطين مماسين للقطع الزايد الذى عليه ا ب ج وهما خطا ا ح ح ج
وهما ايضًا مماسان قطع ا د ج فسطح ه د فى ه ح مثل لمربع ه ب من اجل قطع
ا ب ج كما تبين فى الشكل السابع والثلاثين من المقالة الاولى وبمثل
ذلك يتبين انه مثل ايضًا لمربع ه د من اجل قطع ا د ج وذلك ما لا يمكن
فليس يماس قطع زايد لقطع زايد فى موضعين اذا كان مركزهما واحدًا و
ذلك ما اردنا ان نبين

كط اذا كان قطع ناقص يماس قطعًا ناقصًا او محيط دايرة وكان مركزه مركز
ذلك القطع الناقص او مركز ذلك المحيط فان الخط الذى يصل ما بين نقطتى
التماس يجوز على المركز فليماس قطعان مما ذكرنا بعضهما بعضًا على نقطتى
ا ج ويكون مركزهما واحدًا ونخرج من نقطتى ا ج خطين مماسين لقطع ا ب ج
فاقول انهما متوازيان فان لم يكونا كذلك وامكن فليلتقيا على نقطة ه

وفهما ايضًا يماسان قطع ا د ه ونصل نقطة ه بنقطة ر التي هي نقطة
التنصيف من خط ا ه بخط مستقيم ونخرجه الى المركز الذي هو نقطة ه فيكون
من اجل القطع الناقص الذي عليه ا ب ه سطح م ح في ح د مساويًا للمربع ح ب
كما تبين في الشكل السابع والثلاثين من المقالة الاولى ويكون من اجل
قطع ا د ه سطح م ح في ح د مساويًا للمربع د ه وذلك ما لا يمكن فالخط المماس
اذًا موازٍ للخط المماس ولذلك يكون ا ه قطرًا للقطع كما تبين في الشكل السابع
والعشرين من المقالة الثانية وذلك ما اردنا ان نبين ل

قطع المخروط او محيط الدائرة لا يقع على قطع مخروط او محيط دائرة على اكثر
من موضعين اذا لم يمكن احدابهما مما يلي جهة واحدة فان امكن ذلك فليقع
قطع ا ب ه ه على ا ب ح ه الذي هو قطع مخروط او محيط دائرة على نقط ا ب ه
ولا يكون احدابهما في جهة واحدة ونصل ا ب ه فلان نقط ا ب ه على قطع ا ب
ح ه و ا ب و ب ه قد التقيا فانهما يحيطان بزاوية مما يلي جهة قوس ا ب
ح ه وايضًا لان نقط ا ب ه على قطع ا ب ح وخطا ا ب ب ه قد التقيا على نقطة ب
صارا ا ب ه يحيطان بزاوية مما يلي قوس ا ب ه ه وذلك ما لا يمكن فقد

تبين انه

تبين انه لا يمكن ان يلتقي هذه القطوع على اكثر من موضعين وذلك ما اردنا
ان نبين

لا اذا وقع قطع مخروط او محيط دائرة على احد القطعين المتقابلين على
موضعين وكان احداب القطعين من القطعين اللذين فيما بين التقاطعين
في جهة واحدة فان القطع اذا اخرج لم يقع على القطع الآخر المقابل فليكن
قطعان متقابلان عليهما ا ب ه د ه ه وليقطع قطع د ه ه قطع مخروط او
محيط دائرة على نقطتي ب د فاقول انه اذا اخرج لم يقع على قطع ا ب ه فلانه
قد تعلمت نقطتان في قطعي مخروط عليهما ب د فان الخط الذي
يجوز عليهما يقع داخل قطعي ه ه ه ب ح ه كما تبين في الشكل العاشر من
المقالة الاولى وكذلك اذا ما انفذ قطع ه ه ه خرج الى الجهة الاخرى
من خط ب د ووقع في داخل قطع ه ه ه ومن اجل ذلك لا يقع على القطع
وذلك ما اردنا ان نبين

لب اذا وقع قطع مخروط او محيط دائرة على احد القطعين المتقابلين فانه
لا يقع على القطع الآخر منهما في اكثر من موضعين فليكن قطعان متقابلان
عليهما ا ه د ر وليكن الخطان اللذان لا يقعان عليهما خطا ل م ح وليقع
على قطع المخروط الذي عليه ا ه قطع مخروط او محيط دائرة على نقطة ا فاقول
انه لا تقطع قطع د ه ر على اكثر من موضعين فليقطعه في ثلاثة مواضع وهي

نقط

نقط ه د ر ووصل نقطة ه بنقطة ر فلان قطع ه د ر قطع زائد والخطان
اللذان لا يقعان عليه فهما ح ع ع ح وخط ه ر يقطع قطع ه د في موضعين
فانه اذا اخرج في كلتي الجهتين وقع على كل واحد من خطي ح ع ع ح كما
تبين في الشكل الثامن من المقالة الثانية فليقع عليهما على نقطتي ط ي
فيكون جزؤ ا منا من خط ط ح في داخل زاوية ل ع م ولذلك يكون خط ه ط اذا
اخرج على استقامة وقع على خط ا د فليقع عليه على نقطة ك ولان
نقطتي ه ر على قطع مخروط ا ه د ر يكون الخط الذي يخرج من نقطة ه
الى نقطة ر لا يقع على نقطة اخرى كما تبين في الشكل العاشر من المقالة من قطع ا ه د ر
الاولى وقد وقع عليه وذلك ما لا يمكن فليس يقطع قطع ا ه د ر قطع على
اكثر من موضعين وذلك ما اردنا ان نبين لج قطع المخروط او محيط دائرة
لا يقع على القطعين المتقابلين في اكثر من اربع مواضع فليكن قطعان متقابلان
عليهما ا ه د ر فاقول ان قطع المخروط ومحيط دائرة لا يقع واحد منهما
على القطعين المتقابلين في اكثر من اربع مواضع فان امكن ان يقع في
اكثر من اربع مواضع فليقع على مواضع اكثر وهي نقط ا ه د ر فلان قطع

مخروط او محيط دائرة قد وقع على احد القطعين المتقابلين على نقطتين
فانه لا يقع على القطع الاخر في اكثر من موضعين كما تبين في الشكل
الذي قبل هذا ولكنه قد وقع على ثلثة وذلك ما لا يمكن وذلك ما اردنا
ان نبين لد اذا ماس قطع مخروط او محيط دائرة لاحد القطعين المتقا
بلين مما يلي تحديبهما فانه لا يقع على القطع الاخر المقابل له في اكثر من موضعين
فليماس قطع مخروط او محيط دائرة لاحد قطعين متقابلين مما يلي تحديبهما على نقطة ا
فاقول انه لا يقطع القطع الاخر في اكثر من موضعين فان امكن ان يقطعه
على نقط د ه ر فنقول في ذلك مثل ما قلنا قبل ويتبين انه لا يمكن ذلك
وذلك ما اردنا ان نبين

له اذا ماس قطع مخروط او محيط دائرة احد القطعين المتقابلين مما
يلي بطن تقويره وانه لا يقع على القطع الاخر المقابل له فليكن قطعان متقا
بلان عليهما ا ب د ه وليماس قطع مخروط او محيط دائرة لقطع ا ب ج على نقطة
ب مما يلي احدابهما وهو ب ر فاقول ان ه ب ر لا يقع على قطع د ه المقابل

فلنخرج

فلنخرج خط ط ب مماسا للقطع ه ب ر فيتبين انه يماس ايضا قطع ا ب ج لان ه ب ر
فيما بين قطع ا ب وخط ط ب لا يقع على قطع د ه كما تبين في الشكل
الثالث والثلاثين من المقالة الثانية فهو بين ان ه ب ايضا لا يقع على
قطع د ه وذلك ما اردنا ان نبين لو اذا ماس قطع مخروط او محيط

دائرة كل واحد من القطعين المتقابلين على نقطة واحدة فانه لا يقع عليهما
في موضع اخر فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب د ه وليماسهما قطع
ب ه د على نقطتي ب د ويتبين ان ب ه د لا يقع عليهما في موضع اخر فلان قطع
ب ه د يماس قطع ا ب ج الا مما يلي احدابه وكذلك ايضا يماس ب ه د لقطع د ه مما يلي
احدابه فلنخرج خط ب ط مماس لقطع ا ب ويتبين انه يماس ايضا قطع ب ه د فان
امكن غير ذلك فليقطع خط ب ط قطع ب ه د على نقطة ح ونعلم على قطع ا ب
نقطة ح ونصل ح ب فيقع خط فيما بين قطع ب ه وخط ب ح المماس وهو خط
ب ح وذلك ما لا يمكن كما تبين في الشكل الثاني والثلاثين من المقالة

على نقطة ب ويقع على قطع د ه
فلذلك لا يكون مماسه ب ه د
لقطع ا ب ج

الاولى فليس يقطع خط ط ب ج قطع ب د ولكنه مماسه فليماسه مثل خط ب ط الا يكون
القطعان عن جنبتيه فليس يلتقيان على اكثر من نقطة ب ولذلك ايضا
نتبين في قطع د ه وذلك ما اردنا ان نبين

لز اذا وقع قطع زايد على احد القطعين المتقابلين على موضعين
منه وكان احداب كل واحد منهما في خلاف جهة احداب الاخر
فان القطع المقابل للقطع الزايد لا يقع على القطع المقابل فليكن قطعان
متقابلان عليهما ا ب د ه وليقع على احدهما وهو قطع ا ب ج قطع مخروط
زايد هو قطع ا ب ج على نقطتي ا ب ويكون احدابه في خلاف جهة احداب
ا ب ج وليكن قطع مقابل لقطع ا ب ج عليه ط فاقول ان قطع ط لا يقع على
قطع د ه فنصل نقطة ا بنقطة ب بخط مستقيم ونخرجه على استقامة فلان
ا ب ج قطعان متقابلان وقد يعلم على احدهما نقطتان وهما ا ب فان الخط
الذي يجوز عليهما لا يقع على قطع د كما تبين في الشكل الثالث و

الثلاثين

والثلاثين من المقالة الثانية وكذلك ايضا لا يقع على قطع ط ولذلك
يكون خط ا ب يفرق بين قطعي د ط فقد تبين ان ط لا يقع على د وذلك
ما اردنا ان نبين

لح اذا وقع قطع زايد على كل واحد من قطعين متقابلين فان القطع
المقابل له لا يقع على احد ذينك القطعين المتقابلين في موضعين فليكن
قطعان متقابلان عليهما ا ب د ه ويقع عليهما قطع زايد عليه ا ه فاقول
ان القطع المقابل لقطع ا ه لا يقع على احد القطعين المتقابلين في موضعين
منه فان امكن ذلك فليقع قطع د ب ط على قطع ا ب على نقطتي د ب فالخط الذي
يخرج من نقطة د الى نقطة ب اذا اخرج على استقامة يجب ان يقع فيما
بين قطعي ا د و د ه كما تبين في الشكل الذي قبل هذا واذا كان قطعا
ا د ه يلتقيان فانه يقع على احدهما وذلك ما لا يمكن فليس يقع قطع
د ب ط على قطع ا ه في موضعين وذلك ما اردنا ان نبين

لط اذا قطع قطع زايد كل واحد من قطعين متقابلين على نقطتين
وكانت حدبته الى ما يلي كلتى القطعتين المتقابلتين فان القطع المقابل
له لا يقع على احد القطعين المتقابلين فليكن قطعان متقابلان وقطع
زايد يقطع كل واحد منهما على نقطتين وهي نقط ا ب د ه فاقول ان القطع
المقابل لقطع ب ا د وهو قطع ر لا يقع على احد القطعين المتقابلين د
برهان ذلك انا نخرج ب ا ه د د ه فتبين كما بينا ان خط ب ا محور
فيما بين قطعي ه ب ح وان خط د ه محور فيما بين قطعي ا ح ولا يقع
قطع ر على احد القطعين المتقابلين وذلك ما اردنا ان نبين

اذا قطع

واذا كان سائر ما ذكرنا على حاله في القطع الزايد وتعلمت نقطة على احد
الخطين اللذين لا يقعان على القطع واخرج منها خطان الى القطع احدهما
د والاخر ه و وجعلت نسبة ا د الى ب كنسبة ا د الى ب ونسبة
اه ر كنسبة م الى ح وكان خط د ه مماسا فان الخط الذي يخرج من
نقطة ه موازيا لخط ر محور على نقطتي ب فان لم يكن كذلك فليخرج ان
امكن ذلك مثل ه د فيكون نسبة ه د الى د كنسبة ه الى ه كما تبين
في الشكل الخامس والثلاثين من المقالة الثالثة ونسبة ه الى ح
كنسبة م الى ح فنسبة د الى د كنسبة م الى ح وهذا غير ممكن
ولذلك يتبين في خط ا فخط ه محور على نقطتي ح وذلك ما اردنا
ان نبين

يب واذا كان ما ذكرنا فى القطع الزائد على حاله وكان الخط الذى
يخرج من نقطة د خط د ا وجعلت نسبة ا د الى ب كنسبة ا د الى ب واخرج
ايضا خط اخر من نقطة د يقطع القطع على نقطة واحدة فقط ويكون موازيا
لاحد الخطين اللذين لا يقعان على القطع اعنى خط ط و وهو خط د و
جعل ح ا موازيا لخط ح و فان الخط الذى يخرج من موضع وقوع خط د
على القطع الى نقطة د يماس القطع فلنخرج خط د م يماس فاقول ان الخط
الذى يخرج من نقطة د موازيا لخط د يجوز على نقطتى م د فان لم يكن
كذلك فلنخرج ان امكن ذلك مثل ح د فيكون خط د مثل خط د كما
تبين فى الشكل الرابع والثلاثين من المقالة الثالثة ويكون نسبة
ا م الى ب كنسبة ا د الى ب كما تبين فى الشكل الخامس والثلاثين من
المقالة الثالثة فيكون نسبة ا د الى ب كنسبة ا م الى ب ويكون خط
د د مثل خط ح ر وذلك غير ممكن فخط د د يمر بنقطتى م ب وذلك ما

مساويا لخط د ه فان الخط
الذى يخرج من نقطة د الى
نقطتى هو م

ان

ان نبين

يج اذا كان قطعان متقابلان ونقطة داخل الزاوية التى يحيط
بها الخطان اللذان لا يقعان على القطع وهى نقطة د واخرج منها
خطان احدهما مماس وهو خط د ا والاخر يقطع القطعين المتقابلين
وهو خط د ر وجعلت نسبة ه د الى د ر كنسبة ح الى ر فان الخط الذى
يخرج من نقطة ا الى نقطة ح اذا اخرج على استقامة وقع على القطع والخط
الذى يخرج من موضع سقطه الى نقطة د يماس القطع فيخرج خط د ب مماسا
للقطع فاقول ان الخط الذى يخرج من نقطة ا الى نقطة ب يجوز على نقطة
ح فان لم يكن كذلك فليقع ان امكن ذلك مثل ا ح فيكون نسبة ه د الى
د ر كنسبة ه د الى د كما تبين فى الشكل التاسع والثلاثين من المقالة
الثالثة فنسبة ه د الى د ر كنسبة ح الى ر وذلك ما لا يمكن فخط
لا محالة يجوز على نقطة وذلك ما اردنا ان نبين

يد اذا كان قطعان متقابلان عليهما ا ب وتعلمت نقطة داخل الزاوية
التي تلي الزاوية التي بين الخطين اللذين لا يقعان على القطع المحيطة بالقطع
الزائد وهي نقطة د واخرج خط د ا ب وكان خط د ب مماسا وجعلت نسبة
ا د الى د ب كنسبة ا ط الى ط ب فان الخط الذي يخرج من نقطة ط الى نقطة د اذا
اخرج على استقامة وقع على الخط الذي يخرج من موضع ... الى نقطة د
يماس قطع ا فلان نقطة د داخل الزاوية التي تلي الزاوية التي من الخطين
اللذين لا يقعان على القطع فانه يمكن ان يخرج من نقطة د خط الى قطع ا
مماسا له فليكن خط د ا ونصل ل د ويخرج من مركز ... خطا الى م وينفذه
وهو خط د م ويمر على نقطة د خط على الترتيب فلان خط ا د اطول من خط
د ب لان النسبة اليه كنسبة ا ط الى ط ب يكون خط ... اطول من خط ... ولكن ...
مساو لخط ... فيبقى خط ... اطول من خط ... وسطح ... في ... اعظم من سطح
... في ... فمربع ... اعظم من مربع ... للذي تبين في الشكل الحادي و
العشرين من المقالة الاولى وخط ا ... اعظم من خط ... فخط ... يقع على خط ا ...
ولكن خط ... موازٍ لخط ... فخط ... يقع على خط ا ب واقول انه يقع منه على نقطة ...

قطع او

ويكون موازيا لخط ا د
فخط ... قطران
مزدوجان ويخرج ا د
...

فان

فان لم يكن كذلك فليقع على نقطة ... ان امكن ذلك فنسبة ا د الى د ب كنسبة
ا ... الى ... ب كما تبين في الشكل السابع والثلاثين من المقالة الثالثة وذلك
ما لا يمكن لان نسبة ا د الى د ب كنسبة ا ط الى ط ب فالخط الذي يخرج من نقطة ...
الى نقطة ... يمر بنقطة ... وذلك ما اردنا ان نبين

يه فان كانت المتعلمة على احد الخطين اللذين لا يقعان على القطع نقطة
د وكان خط د ا مماسا لاحد القطعين وخط د ... يقطعهما وكانت نسبة
... الى ... كنسبة ... الى ... فان الخط الذي يخرج من نقطة ... الى نقطة ... موازٍ
لخط ... فان لم يكن كذلك فليكن خط ... موازيا له ان امكن ذلك فيكون
نسبة ... الى ... كنسبة ... الى ... كما تبين في الشكل السادس والثلاثين
من المقالة الثالثة ولكن نسبة ... الى ... كنسبة ... الى ... ايضا وذلك
ما لا يمكن فخط ... موازٍ لخط ... وذلك ما اردنا ان نبين

يو اذا كان قطعان متقابلان عليهما ا ب ونقطة واحدة داخل الزاوية التي
يلي الزاوية التي من الخطين اللذين لا يقعان على القطع عليهما د واخرج
من نقطة د خطان يقطعان القطعين عليهما ا ب د ح ه وجعلت نسبة
ا د الى ب كنسبة ا د الى ب ونسبة د ه الى ح ه كنسبة د ه الى ح ه فان
الخط الذي يمر على نقطتي د ر يقطع كل واحد من القطعين المتقابلين فلا
نقطة د داخل الزاوية التي يلي الزاوية التي بين الخطين اللذين لا يقعان على
القطع فقد يمكننا ان نخرج من نقطة خطين مماسين للقطعين فليكن
الخطان م ط وفصل ط ل ونخرجه على استقامة فاقول انه يمر على نقطتي
د ر فان امكن غير ذلك فليجز على نقطة ل فنسبة د ه الى ح ه كنسبة
د ل الى ل ح كما تبين في الشكل التاسع والثلاثين من المقالة الثالثة
وذلك ما لا يمكن لان نسبة د ه الى ح ه كانت كنسبة د ه الى ه ح فخط ل يمر
على نقطة د وذلك ما اردنا ان نبين

والخطين اللذين يخرجان من
موضع وقوع الخط على القطعين
الى نقطة د مماسان القطعين
المتقابلين م

يز ونثبت ما ذكرنا على حاله ثم نخرج من نقطة د خطا يقع على كل واحد
من القطعين المتقابلين وهو خط د د س ه واخرج خط م ن فوقع على قطع ا ب
على نقطة واحدة فقط وهي نقطة م وكان موازيا لخط ل م الذي لا يقع على
القطع واخرج خط ص س مساويا لخط د ر وجعلت نسبة د س الى د س كنسبة د ح
الى ح س فان الخط الذي يخرج من نقطة ح الى نقطة س اذا انفذ على استقامة
وقع كل واحد من القطعين المتقابلين ويكون الخطوط التي تخرج من موضع
وقوع الخطين على القطعين الى نقطة د مماسين للقطعين المتقابلين
فلنخرج خطين مماسين للقطعين المتقابلين عليهما ا ح د ا فاقول ان خط
ا د اذا اخرج على استقامة مر بنقطتي ح و فان لم يكن كذلك فليكن مثل
د ا ف ق ان امكن كذلك فخط م ر مثل خط م ف كما تبين في الشكل الحادي
والثلاثين من المقالة الثالثة وقد كان ايضا مثل خط م س وذلك ما لا
يمكن وكذلك ايضا يكون نسبة د ه الى س كنسبة د ق الى ق س كما تبين في
الشكل التاسع والثلاثين من المقالة الثالثة وكنسبة د ح الى ح س ايضا
وذلك ما لا يمكن فخط ا د اذا انفذ على استقامة مر بنقطتي ح و وذلك
ما اردنا ان نبين

يح اذا كان خطان متقابلان عليهما ا ه ونقطة داخل الزاوية التى يحيط بها الخطان اللذان لا يقعان على القطع وهى نقطة د واخرج د ح د ه د ط وجعلت نسبة د ه الى ح د كنسبة ه و الى ح د ونسبة ط د الى د ر كنسبة ط ح الى ح د فان الخط الذى يصل بين نقطتى و ح اذا اخرج على استقامة وقع على القطع موضعين والخطان اللذان يخرجان من نقطتى وقوعه على القطع الى نقطة د مماسان للقطع برهان ذلك انا نخرج من نقطة د خطين مماسين لقطع ا عليهما د ا د ب ونصل خط ا ب فاقول ان ا ب يمر بنقطتى ح ه فان لم يكن كذلك فليكن مثل خط ا ل م فيكون نسبة ه د الى ح د كنسبة ه ل الى ل د كما تبين فى الشكل التاسع والثلاثين من المقالة الثالثة وقد كانت نسبة ه د الى ح د كنسبة ه ح الى ح ب فنسبة ه ل الى ل د كنسبة ه ح الى ح ب ولذلك ايضا يكون نسبة د م الى د كنسبة ه ح الى ح د وذلك ما لا يمكن فخط ا ب يمر بنقطتى ح ه وذلك ما اردنا ان نبين يط

بخ

فليكن سائر ما ذكرنا على حاله ويجعل النقطة المتعلمة على احد الخطين اللذين لا يقعان على القطع نقطة د ونخرج خطى د ه د ط ويجعل نسبة ه د الى ح د كنسبة ه ح الى ح د ونسبة ط د الى ر د كنسبة ط ح الى ح د فاقول ان الخط الذى يصل بين نقطتى ح ه مواز لخط ا د ويقع على القطع وان الخط الذى يخرج من موضع وقوعه على القطع الى نقطة د مماس القطع فلنخرج خط د ا مماسا فاقول ان الخط الذى يمر على نقطة ا ح مواز لخط ا د فان لم يكن كذلك فليكن خط ا ل م موازيا لخط ا د ان امكن ذلك فيكون نسبة ه د الى ح د كنسبة ه ل الى ل د كما تبين فى الشكل السادس والثلاثين من المقالة الثالثة ولذلك يكون نسبة ه د الى ح د كنسبة د م الى د فنسبة ه ل الى ل د كنسبة ه ح الى ح د ونسبة د م الى ا د كنسبة د ه الى ح د وذلك ما لا يمكن فالخط الذى يمر على نقطة ا ح وهو مواز لخط ا د وذلك ما اردنا ان نبين

كه لا يمكن ان يقع قطع مخروط على قطع مخروط او على محيط دائرة فيكون
جزء منهما مشتركا وجزء غير مشترك فان امكن ذلك فليقع قطع مخروط وهو
ا ب ه على ب ه الذى هو قطع مخروط او محيط دائرة فيكون جزء منهما مشتركا و
هو ه ب وا لباقى غير مشترك ونخرج خط ا ه ونجعل خط ب ه موازيا له ونقسم
ب ه بنصفين على نقطة د وليكن ب ح ط قطره ولان ا ب ه قطع مخروط وقطره
ح ط وهو يقسم ب ه بنصفين على د يكون خروج ب ه الى ح ط على الترتيب — وخط ا ه موازى لخط ب ه فخط ا ه يخرج على خط الترتيب
فخط ا ط مساو لخط ه ط ولذلك ايضا يكون د ا مساو لخط د ه وذلك ما لا
يمكن فليس يقع قطع مخروط على قطع مخروط او على محيط دائرة فيكون جزء
منه مشتركا وجزء غير مشترك ولذلك ايضا يتبين ان كان الخط الذى
يخرج من نقطة ب الموازى لخط ا ه مماسا لقطع ب ه وذلك ما اردنا ان نبين

كا ليس يقطع قطع مخروط لقطع مخروط او لمحيط دائرة على اكثر من اربع مواضع
فان امكن ذلك فليقطع قطع مخروط او محيط دائرة لقطع المخروط الذى
عليه ا ب ح د ه على اكثر من اربع مواضع وهى ا ب ح د ه ونصل ب ا ه ح فاذا
اخرجا على استقامة التقيا خارجا من القطع كما تبين فى الشكل الرابع والعشرين
من المقالة الثانية فى القطع المكافى وفى الشكل الخامس والعشرين منها
فى القطع الزائد فليلتقيا على نقطة ط ونجعل نسبة ا ط الى ط ب كنسبة ا د الى
د ب ونسبة د ط الى ط ه كنسبة د م الى م ه ونصل ا د ونخرجه على استقامة
الى نقطتى ح ر ونصل ط ح ط ر فخطا ط ح ط ر مماسان قطع ا ب ح د ه
كما تبين فى الشكل الثامن من هذه المقاله وخطا ط ح ط ر مماسان قطع
ا ح ب ح د ه كما تبين فى الشكل الثامن من هذه المقاله فيكون من
اجل قطع ا ب ح د ه نسبة ط ه الى ط ر كنسبة ه ن الى ن م كما تبين فى
الشكل السابع والثلاثين من المقالة الثالثة واذا بدلنا كانت نسبة
ا ه الى ه ن كنسبة ط ر الى ر ن ومن اجل قطع ا ح ب ح د ه يكون نسبة
ه الى ح ع كنسبة ه ن الى ن ع واذا بدلنا كانت نسبة ط ه الى ه ن كنسبة
ع الى ن فيكون نسبة ط ر الى ر ن كنسبة ط ع الى ع ن وذلك ما لا يمكن

فليس تتقاطع القطوع على اكثر من اربع مواضع واما في القطع الناقص او الدائرة فانه ان التقى خطا ا ب ج د فان برهانه مثل البرهان الذي ذكرنا وذلك ما اردنا ان نبين

كب فان كان خط ا ب موازيا لخط ج د فان القطوع يكون اما قطعين ناقصين واما قطع ناقص ومحيط دائرة فاما في سائر القطوع فانه لا يعرض ذلك وبرهان ما قلنا من انها لا تتقاطع على اكثر من اربع مواضع نتبين هكذا خط ا ب موازٍ لخط ج د فينقسم كل واحد منهما بنصفين على نقطتي ح ط ونصل بين ح ط نخط ح ط قطر للقطوع كما تبين في الشكل الثامن والعشرين من المقالة الثانية ونخرج من نقطة ه خطا موازيا لخط ا ب وهو خط ه ل ط لخط ج د ساو لكل واحد من خطي ا ب ج د لان قطر ح ط يقسمه بنصفين وذلك ما لا يمكن فليس يقطع القطوع بعضها بعضا على اكثر من اربع مواضع وذلك ما اردنا ان نبين

تم